Physik-Formelsammlung Oberstufe

Dr. Wolfgang Unkelbach

Hinweise und Kommentare bitte an: wolfgang.unkelbach@t-online.de

Stand: 23.04.2005

Inhaltsverzeichnis

1 Kinematik

Die *Kinematik* oder *Bewegungslehre* beschreibt die Bewegungsvorgänge. Dabei wird nicht auf die Ursache der Bewegung eingegangen. Zur Darstellung der Bewegung ist die Festlegung eines Koordinatensystems und eines Zeitnullpunkts erforderlich.

Grundgrößen und –einheiten:

Weg s, $[s] = 1m$ (Meter)
Zeit t, $[t] = 1s$ (Sekunde)

Alle weiteren Größen und Einheiten lassen sich auf diese Grundgrößen bzw. -einheiten zurückführen.

Abgeleitete Größen und Einheiten:

Momentangeschwindigkeit: $v = \dot{s}(t) \approx \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, Δt klein, $[v] = 1\dfrac{m}{s}$

Beschleunigung: $a = \dot{v}(t) \approx \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, Δt klein, $[a] = 1\dfrac{m}{s^2}$

Gleichförmige Bewegung (Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit)

Weg–Zeit– und Geschwindigkeits–Zeit–Gesetz:

$$
\begin{aligned}
s(t) &= v_o \cdot t + s_o \\
v(t) &= v_o
\end{aligned}
$$

$v_o = v(0)$: Anfangsgeschwindigkeit, $s_o = s(0)$: Startwert

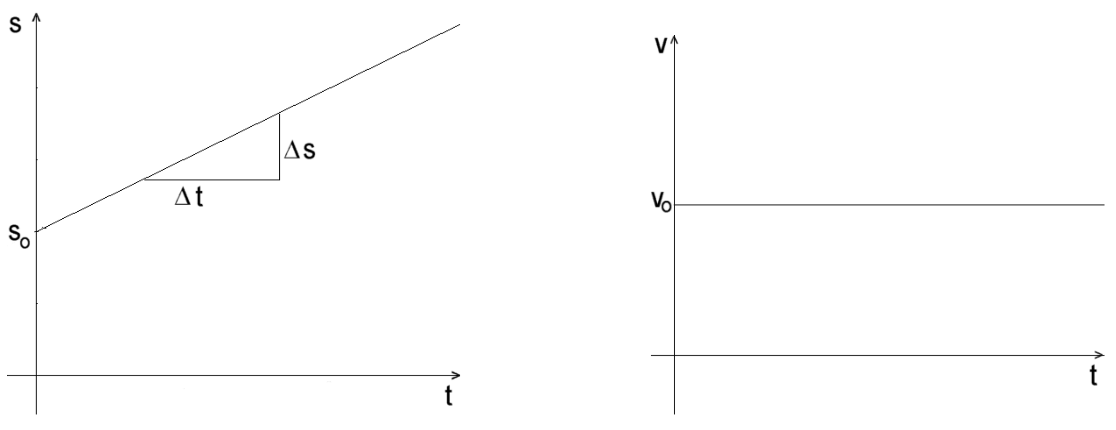


Abbildung 1: Weg–Zeit– und Geschwindigkeits–Zeit–Diagramm der gleichförmigen Bewegung

Gleichmäßig bechleunigte Bewegung

(Bewegung mit konstanter Beschleunigung)

Weg–Zeit–, Geschwindigkeits–Zeit– und Beschleunigungs–Zeit–Gesetz:

$$
\begin{aligned}
s(t) &= \frac{1}{2}a_o \cdot t^2 + v_o \cdot t + s_o \\
v(t) &= a_o \cdot t + v_o \\
a(t) &= a_o
\end{aligned}
$$

$a_o = a(0)$: Anfangsbeschleunigung

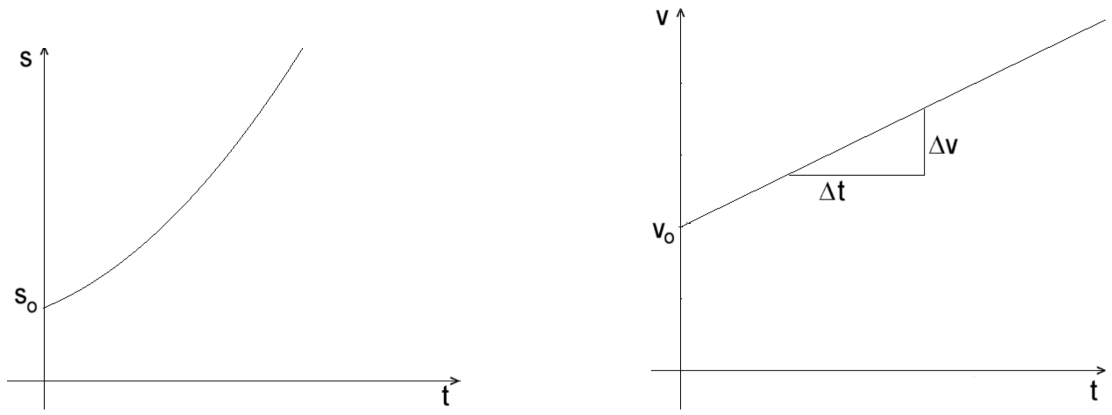


Abbildung 2: Weg–Zeit– und Geschwindigkeits–Zeit–Diagramm der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

Die Geschwindigkeit $v(t_o)$ zu einem Zeitpunkt t_o ergibt sich aus dem Weg–Zeit–Diagramm durch die Steigung der Tangente an den entsprechenden Punkt.

Freier Fall: Spezialfall der gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit der Beschleunigung $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ (*Erdbeschleunigung*).

Mehrdimensionale Bewegung

Nach dem *Unabhängigkeitssatz der Bewegung* lässt sich die Bewegung in ihre Komponenten aufspalten (z.B. horizontaler Wurf: gleichförmige Bewegung in x–Richtung, freier Fall in y–Richtung).

Bei den Größen Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung handelt es sich um Vektoren ($\vec{s}$, $\vec{v}$ und $\vec{a}$). Die Bewegungsgesetze gelten jeweils komponentenweise.

2 Dynamik

Masse

Unter der Masse versteht man die Eigenschaft eines Körpers, einer Bewegungsänderung einen Widerstand entgegenzusetzen (*träge Masse*) und von einem anderen Körper angezogen zu werden (*schwere Masse*).

Einheit: $[m] = 1kg$ (Basiseinheit)

Kraft

1. Newton-Axiom (Trägheitsprinzip)
Ein Körper führt so lange eine gleichförmige Bewegung aus, bis eine Kraft auf ihn wirkt.

2. Newton-Axiom (Grundgesetz der Mechanik)
Um einem Körper mit Masse m mit der Beschleunigung $\vec{a}$ zu beschleunigen, ist eine Kraft $\vec{F}$ erforderlich, für die gilt:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

3. Newton-Axiom (actio = reactio)
Übt ein Körper A auf einen Körper B eine Kraft $\vec{F}_1$ aus, so übt Körper B auf Körper A eine Kraft $\vec{F}_2$ aus, für die gilt:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

Einheit: $[F] = 1kg \cdot \dfrac{m}{s^2} = 1N$ (Newton)

Hookesches Gesetz:
Um eine elastische Feder eine Strecke s auszulenken, ist eine Kraft F erforderlich, für die gilt:

$$F = D \cdot s$$

D: Federhärte

Arbeit und Energie

Arbeit wird immer dann verrichtet, wenn eine Kraft längs eines Weges wirkt. Für eine konstante Kraft F längs eines Weges s mit konstanter Wegrichtung gilt:

$$W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$$

α steht für den Winkel zwischen Kraft- und Wegrichtung.

Allgemein gilt:

$$W = \int \vec{F} \cdot \vec{ds}$$

Einheit: $[W] = 1kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = 1Nm = 1J$ (Joule)

Beispiele:

Hubarbeit	$W_{Hub} = m \cdot g \cdot h$, h: Höhe
Beschleunigungsarbeit	$W_{Beschl.} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Energie ist die Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu verrichten. Verrichtete Arbeit wird als Energie gespeichert.

Hubarbeit	$\rightarrow$ Lageenergie (potenzielle Energie)
Beschleunigungsarbeit	$\rightarrow$ Bewegungsenergie (kinetische Energie)
Reibungsarbeit	$\rightarrow$ Wärmeenergie

In abgeschlossenen Systemen gilt der **Energieerhaltungssatz**. Die Gesamtenergie bleibt unverändert, auch wenn sich einzelne Energieformen ineinander umwandeln.

Impuls

Definition: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Einheit: $[p] = 1kg \cdot \frac{m}{s}$

Die Ursache eines Impulses ist ein *Kraftstoß* $\vec{F} \cdot \Delta t$:

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

Es gilt das verallgemeinerte *Grundgesetz der Mechanik*:

$$\vec{F}(t) = \dot{\vec{p}}(t)$$

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ist ein Spezialfall des Gesetzes für $m = const.$

In abgeschlossenen Systemen gilt der **Impulserhaltungssatz**. Der Gesamtimpuls bleibt erhalten.

3 Kreisbewegung

Grundgrößen zur Beschreibung der Kreisbewegung

(überstrichener) Winkel:	α,		$[\alpha] = 1$
Winkelgeschwindigkeit:	ω,	$\omega = \dot{\alpha} \approx \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$,	$[\omega] = \frac{1}{s}$
Radius	r,		$[r] = 1m$
Umlaufzeit (Periode):	T,		$[T] = 1s$
Bahngeschwindigkeit:	v,	$v = \|\vec{v}\|$,	$[v] = 1\frac{m}{s}$
Frequenz:	f,	$f = \frac{n}{t}$	$[f] = 1Hz = \frac{1}{s}$ (Hertz)

(n = Anzahl der Umdrehungen)

Gleichförmige Kreisbewegung

Bei der *gleichförmigen Kreisbewegung* ist der Betrag der Bahngeschwindigkeit v konstant. Da sich die Richtung der Geschwindigkeit jedoch ändert, liegt hier ein Spezialfall einer beschleunigten Bewegung vor. Die Grundgrößen sind folgendermaßen miteinander verknüpft:

$$f = \frac{1}{T} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad v = \frac{2\pi\, r}{T} \qquad v = \omega\, r$$

Es gilt das *Winkel-Zeit-Gesetz* mit dem Anfangswinkel α_0:

$$\alpha(t) = \omega \cdot t + \alpha_0$$

Achtung ! Die Winkelgeschwindigkeit ω bezieht sich dabei immer auf die Winkelangabe im Bogenmaß.

Ursache der gleichförmigen Kreisbewegung ist die radial nach innen (d.h. zum Kreismittelpunkt hin) gerichtete *Zentripetalkraft* F_Z:

$$F_Z = m\,\omega^2 r = m\frac{v^2}{r}$$

Die *Zentrifugalkraft* ist eine Trägheitskraft und wirkt nur auf einen mitrotierenden (mitbeschleunigten) Beobachter. Sie ist betragsmäßig gleich groß wie die Zentripetalkraft, ist aber radial nach außen gerichtet.
Entsprechend gilt für die *Radialbeschleunigung* a_Z:

$$a_Z = \frac{F_Z}{m} = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

4 Gravitation

Keplersche Gesetze

Über die Bewegung von Trabanten um einen Zentralkörper (z.B. Planeten um die Sonne oder Monde um Planeten)

1) Trabanten bewegen sich auf Ellipsenbahnen, in deren einem Brennpunkt sich der Zentralkörper befindet.

2) Flächensatz: Der Fahrstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen. (Drehimpulserhaltung)

3) Für die großen Halbachsen a und Umlaufzeiten T gilt für alle Trabanten, die sich um den Zentralkörper bewegen:

$$\frac{a^3}{T^2} = const$$

Gravitationsgesetz

Gravitationskraft F_G, mit der sich zwei (kugelsymmetr.) Körper der Massen m_1 und m_2, deren Mittelpunkte den Abstand r voneindander haben, anziehen:

$$F_G = G\,\frac{m_1\,m_2}{r^2}$$

$G = 6,672 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg\,s^2}$ (Gravitationskonstante)

Arbeit und Energie

m sei ein Probekörper im Gravitationsfeld der Masse M. Um den Probekörper m vom Abstand r_1 vom Mittelpunkt der Masse M auf einen Abstand r_2 zu bringen, ist die Arbeit

$$W = G\,Mm \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

erforderlich.

Potentielle Energie von m im Gravitationsfeld von M:

$$W_{pot} = -G \cdot \frac{mM}{r}$$

Der Bezugspunkt liegt hierbei im Unendlichen.

Es gilt:

$$W'_{pot}(r) = F_G(r)$$

Potential

Das Potential V erlaubt eine von der Probemasse m unabhängige Beschreibung des Gravitationsfeldes der Masse M:

$$V = \frac{W_{pot}}{m} = -G \cdot \frac{M}{r}$$

Es gilt:

$$V'(r) = g(r)$$

g: Ortsfaktor.

5 Rotation starrer Körper

Drehvektor (axialer Vektor)

Der Drehvektor (z.B. $\vec{\omega}$) steht senkrecht zur Drehebene. Die Richtung des Vektors ergibt sich aus der *Rechten–Hand–Regel*: Die Finger der gekrümmten rechten Hand zeigen in Richtung des Drehsinns, der Daumen zeigt in Richtung des Drehvektors (Festlegung).

Kreuzprodukt

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$; $\quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\alpha$; $\qquad \alpha=$ Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Das Kreuzprodukt steht senkrecht auf den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. Die Richtung des Vektors ergibt sich aus der *Drei–Finger–Regel* der *rechten Hand*: $\vec{a}$: Daumen, $\vec{b}$: Zeigefinger, $\vec{a} \times \vec{b}$: Mittelfinger.

Spezialfälle: $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ $\qquad \vec{a} \| \vec{b} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 0$

Trägheitsmoment J

Massenpunkt m: $\quad J = m \cdot r^2$
starrer Körper: $\quad J = \sum_i m_i \cdot r_i^2$

Drehmoment $\vec{M}$ $\qquad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Drehimpuls $\vec{L}$ $\qquad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Drehimpulserhaltungssatz: In einem abgeschlossenen System bleibt der gesamte Drehimpuls erhalten.

Entsprechungen zwischen Translations– und Drehbewegung

Translationsbewegung	Drehbewegung
$\vec{s}$	$\vec{\varphi}$
$\vec{v}$	$\vec{\omega}$
$\vec{a}$	$\vec{\alpha}$
m	J
$\vec{F}$	$\vec{M}$
$\vec{p}$	$\vec{L}$
$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$	$E_{rot} = \frac{1}{2}J\omega^2$
$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$	$\Delta\vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$
$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	$\vec{M} = J \cdot \vec{\alpha}$
$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$	$\vec{M} = \dot{\vec{L}}$

Die Vektoren der Drehbewegung sind Drehvektoren (axiale Vektoren).

Eine allgemeine Bewegung setzt sich zusammen aus einer Translationsbewegung (des Schwerpunkts) und einer Rotationsbewegung (um den Schwerpunkt).

Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung

Ein konstantes Drehmoment $\vec{M}$ ist Ursache einer *gleichmäßig beschleunigten Drehbewegung*. Es gilt analog zur gleichmäßig beschleunigten Bewegung ($\vec{\varphi}_o = 0$, $\vec{\omega}_o = 0$):

$$\begin{aligned} \vec{\varphi} &= \frac{1}{2}\vec{\alpha} \cdot t^2 \\ \vec{\omega} &= \vec{\alpha} \cdot t \\ \vec{\alpha} &= const. \end{aligned}$$

6 Elektrostatik

Elektrische Feldstärke:

$$\vec{E} := \frac{\vec{F}_{el}}{q}$$

$\vec{F}_{el}$: elektrische Kraft auf die Probeladung q

Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ erlaubt eine von der Größe der Probeladung q unabhängige Darstellung des elektrischen Feldes. Die Richtung von $\vec{E}$ ist die Richtung von $\vec{F}_{el}$ auf eine positive Probeladung q.

Homogenes elektrisches Feld eines Plattenkondensators

Elektrische Feldstärke:	$E = \frac{U}{d}$
Flächenladungsdichte:	$\sigma := \frac{Q}{A} = \varepsilon_o E$
Kapazität:	$C := \frac{Q}{U} = \varepsilon_o \frac{A}{d}$

Q: Ladung, A: Fläche, d: Abstand der Kondensatorplatten, $\varepsilon_o = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C}{V \cdot m}$: elektr. Feldkonstante
Befindet sich ein Medium zwischen den Kondensatorplatten, so erhöht sich die Kapazität um den Faktor ε_r (Dielektrizitätszahl):

$$C_{Medium} = \varepsilon_r C_{Vakuum}$$

Energie einer Ladung q nach Durchlaufen der Beschschleunigungsspannung U_B

$$W = q \cdot U_B$$

Radiales elektrisches Feld

Elektrische Feldstärke einer Ladung Q:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r^2}$$

Der Betrag E hängt nicht von der Größe der Kugel, sondern nur von deren Ladung Q und dem Abstand r zum Kugelmittelpunkt ab.
$\vec{E}$ ist radial nach innen bzw. nach außen gerichtet.

Coulombgesetz (Kraft zwischen Punktladungen Q_1, Q_2:)

$$F_{el}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Energie des elektrischen Feldes

Das elektrische Feld ist Träger von Energie:

Energie eines Kondensators:

$$W = \frac{1}{2}\,CU^2 \;= \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C}$$

Energiedichte des elektischen Felds:

$$\varrho_{el} := \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\,\varepsilon_o E^2$$

Arbeit, eine Probeladung q im Feld der Ladung Q vom Abstand r_1 zum Abstand r_2 vom Kugelmittelpunkt zu bringen:

$$W = \int_{r1}^{r2} F_{el}(r)\,dr = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\,Q \cdot q\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Spannung im elektrischen Feld einer Ladung Q:

$$U := -\frac{W}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\,Q\,\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Potential:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\,\frac{Q}{r}$$

Der Bezugspunkt liegt hierbei im Unenedlichen.

Im Medium ist jeweils ε_o durch $\varepsilon_o \cdot \varepsilon_r$ zu ersetzen.

7 Magnetische Felder

Lorentz-Kraft, magnetische Flussdichte (Feldstärke)

Lorentzkraft $\vec{F}_L$ auf ein Leiterstück der Länge l in einem magnetischen Feld $\vec{B}$, das mit der Stromstärke I durchflossen wird:

$$\vec{F}_L = l \cdot \vec{I} \times \vec{B}$$

Die **magnetische Flussdichte** $\vec{B}$ ist ein Maß für die Strärke des magnetischen Feldes.
Die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ (Wirkung) steht senkrecht zur Stromrichtung $\vec{I}$ (Ursache) und zum Magnetfeld $\vec{B}$ (Vermittlung). Die Richtung der Lorentzkraft ergibt sich aus der *Drei–Finger–Regel* der rechten Hand (UVW–Regel).

Betragsgleichung:

$$F_L = l \cdot I \cdot B \cdot sin\alpha$$

α: Winkel zwischen Stromrichtung $\vec{I}$ und Feldrichtung $\vec{B}$.

Einheit

$$[B] = 1\frac{N}{Am} = 1T \,(\text{Tesla})$$

Bewegte Ladung in einem Magnetfeld

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

q: Ladung, $\vec{v}$: Geschwindigkeit

Magnetfeld einer langen Spule

$$B = \mu_o \frac{I \cdot n}{l}$$

$\mu_o = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Tm}{A} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$: magnet. Feldkonstante, I: Stromstärke, n: Anzahl der Windungen, l: Länge der Spule.

Magnetfeld in einem Medium

$$B_{Medium} = \mu_r \cdot B_{Vakuum}$$

μ_r: Permeabiltitätszahl.
Im Medium ist μ_o durch $\mu_r \cdot \mu_o$ zu ersetzen.

Energiedichte:

$$\rho_{magnet} = \frac{W}{V} = \frac{1}{2\mu_o}\, B^2$$

Das magnetische Feld ist Träger von Energie (wie das elektrische Feld).

8 Elektromagnetische Induktion

Magnetischer Fluss

$$\Phi = B \cdot A_{\perp} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

B: magnetische Flussdichte; $A_{\perp}$: Querschittsfläche, die von den Feldlinien senkrecht durchflossen wird.

Betragsgleichung:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos\alpha$$

α: Winkel zwischen magnetischer Flussdichte $\vec{B}$ und Flächenvektor $\vec{A}$ (senkrecht auf der Fläche).

$[\Phi] = Tm^2 = Vs$

Induktionsgesetz

$$U_{ind} = -n \cdot \dot{\Phi}$$

U_{ind}: Induktionsspannung, n:Anzahl der Windungen
Das negative Vorzeichen trägt der **Lenzschen Regel** Rechnung, wonach die Induktionsspannung stets so gerichtet ist, dass sie ihrer Ursache entgegenwirkt.

Selbstinduktion

Durch einen sich ändernden Strom wird eine Induktionsspannung induziert. Es gilt:

$$U_{ind} = -L \cdot \dot{I}$$

L: **(Selbst)induktivität** (Eigeninduktivität)

$[L] = 1Vs/A = 1H$(Henry)

Selbstinduktivität einer langen Spule

$$L = \mu_o \mu_r n^2 A/l$$

A: Querschnittsfläche der Spule, l:Spulenlänge

Energie des magnetischen Feldes

Energieinhalt einer Spule

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \cdot LI^2$$

Energiedichte des magnetischen Feldes

$$\varrho_{mag} = W_{mag}/V = \frac{1}{2\mu_o \mu_r} B^2$$

9 Wechselstrom

Effektivwert

Der Effektivwert U_{eff} einer Wechselspannung $U(t)$ versteht man die Gleichspannung, die beim gleichen ohmschen Widerstand R die gleiche Leistung hervorruft wie die Wechselspannung im Mittel.

Für eine sinusförmige Wechselspannung $U(t) = U_o \cdot sin(\omega t)$ gilt:

$$U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{(2)}} U_o$$

Entsprechendes gilt für I_{eff}.

Im Folgenden werde ein Stromkreis betrachtet, der an eine Wechselspannung $U(t) = U_o \cdot sin(\omega t)$ angeschlossen ist.

Rein ohmscher Widerstand

Es gilt bei einem ohmschen Widerstand R:

$$U_{eff} = R \cdot I_{eff}, \qquad U_o = R \cdot I_o \qquad U(t) = R \cdot I(t)$$

$$I(t) = I_o \cdot \sin(\omega t)$$

Rein induktiver Widerstand

$$U_{eff} = X_L \cdot I_{eff}, \qquad Z_L = \omega L \qquad U_o = Z_L \cdot I_o$$

mit dem *induktiven Blindwiderstand* ($L=$ Induktivität):

$$Z_L = \omega L$$

Die Stromstärke hinkt der Spannung um 90^o ($\pi/2$) hinterher:

$$I(t) = I_o \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Rein kapazitiver Widerstand

$$U_{eff} = Z_C \cdot I_{eff}, \qquad U_o = Z_C \cdot I_o$$

mit dem *kapazitiven Blindwiderstand* (C = Kapazität)

$$Z_C = \frac{1}{\omega\, C}$$

Die Stromstärke läuft der Spannung um 90^o ($\pi/2$) voraus:

$$I(t) = I_o \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Siebkette

(Ohmscher, induktiver und kapazitiver Widerstand in Reihe)

$$U_{eff} = Z \cdot I_{eff}, \qquad Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \qquad X = \omega\, L - \frac{1}{\omega\, C}$$

Z: Impedanz, X: Blindwiderstand

Es kommt zu einer *Phasenverschiebung* φ zwischen Spannung und Stromstärke:

$$I(t) = I_o \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

mit

$$\tan(\varphi) = \frac{X}{R}$$

Für die mittlere Leistung des Wechselstroms $\bar{P}$ gilt:

$$\bar{P} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$$

Spezialfälle: C=0, R=0: $\varphi = \frac{\pi}{2}$ rein induktiver Widerstand
L=0, R=0: $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ rein kapazitiver Widerstand

Resonanz: X=0

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Die Stromstärke wird maximal und $\varphi = 0$ (Frequenzfilter).

10 Schwingungen

Eine (ungedämpfte) Schwingung ist ein zeitlich periodischer Vorgang. Eine Auslenkung aus der *Ruhelage* führt zu einer zur Ruhelage hin gerichteten *Rückstellkraft* F_r.

Größen zur Beschreibung von Schwingungen:
Schwingungsdauer T, *Frequenz* f, *Kreisfrequenz* ω, *Auslenkung* s, x, α, U, I, *Amplitude (maximale Auslenkung)* A (vgl. auch Kreisbewegung)

Harmonische Schwingungen

Unter einer harmonischen Schwingung versteht man eine Schwingung, für deren Auslenkung s gilt:

$$F_r = -D \cdot s$$

Harmonische Schwingungen erfüllen folgende Differentialgleichung:

$$s + const \cdot \ddot{s} = 0 \qquad ,$$

wobei gilt:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{const}}$$

Daraus ergibt sich für die Auslenkung:

$$s(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

A bedeutet die Amplitude und φ die *Phasenverschiebung*.

Beispiele

Federpendel (Masse: m, Federkonstante: D)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Fadenpendel (Fadenlänge: l)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

elektr. Schwingkreis (Induktivität L, Kapazität C)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{LC}$$

11 Wellen

Unter einer *Welle* versteht man die Ausbreitung einer Störung in einem Medium. Das Medium besteht dabei aus einer Reihe *gekoppelter Oszillatoren.* Die einzelnen Oszillatoren üben dabei Schwingungen aus. Durch die Kopplung wird der Schwingungszustand mit einer Zeitverzögerung auf die benachbarten Oszillatoren übertragen. Es kommt zu einem Energietransport ohne Massentransport.

Eine Welle ist räumlich und zeitlich periodisch.
zeitliche Periode: T (Schwingungsdauer eines Oszillators)
räumliche Periode: λ (Wellenlänge)

Liegt die Schwingungsrichtung der Oszillatoren parallel zur Ausbreitungsrichtung der Welle, spricht man von einer *Längswelle* oder *Longitudinalwelle* (Bsp.: Schallwelle). Liegt die Schwingungsrichtung der Oszillatoren jedoch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle, spricht man von einer *Querwelle* oder *Transversalwelle* (Bsp.: Seilwellen).

Ausbreitungsgeschwindigkeit

Der Schwingungszustand breitet sich mit der *Ausbreitungsgeschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit)* c aus:

$$c = \lambda \cdot f$$

Wellengleichung

Führen die Oszillatoren harmonische Schwingungen durch, so gilt für die Auslenkung s die *Wellengleichung*:
(falls zur Zeit t=0 am Ort x=0 die Auslenkung s=0 beträgt)

$$s(t,x) = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

A: Amplitude

Superpositionsgesetz

Wellen überlagern sich ungestört. Die jeweiligen Auslenkungen addieren sich.

Interferenz

Eine Überlagerung von Wellen gleicher Wellenlänge bezeichnet man als *Interferenz.*

Laufen zwei Wellen gleicher Wellenlänge in derselben Richtung, überlagern sie sich zu einer Welle gleicher Wellenlänge und gleicher Ausbreitungsrichtung.
Beträgt der Gangunterschied der beiden ursprünglichen Wellen $\delta = m \cdot \lambda$ mit $m = 0, 1, ...$, so verstärken sich die Amplituden maximal (*konstruktive Interferenz*).
Bei einem Gangunterschied der beiden Wellen von $\delta = (2m - 1) \cdot \lambda/2$ mit $m = 1, 2...$, so sind die resultierenden Amplituden minimal (*destruktive Interferenz*). Sind die Amplituden der ursprünglichen Wellen gleich groß, so löschen beide Wellen sich aus.

Laufen zwei Wellen gleicher Wellenlänge und gleicher Amplitude in entgegengesetzter Richtung, so kommt es zu einer *stehenden Welle.* Die Welle breitet sich nicht mehr aus. An den *Schwingungsknoten* ruhen die Oszillatoren, an den *Schwingungsbäuchen* schwingen sie mit maximaler Amplitude. Der Abstand zweier benachbarter Schwingungsknoten oder Schwingungsbäuche beträgt $\lambda/2$.

Huygenssche Prinzipien

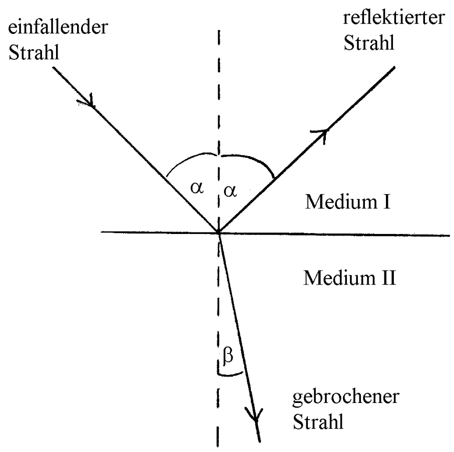
1. Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer Elementarwelle aufgefasst werden.

2. Jede Wellenfront ergibt sich als äußere Einhüllende der Elementarwellen.

12 Wellenoptik

Reflexions- und Brechungsgesetz

Einfallender Strahl, reflektierter bzw. gebrochener Strahl und Einfallslot liegen in einer Ebene.



Reflexionsgesetz: Einfallswinkel = Ausfallswinkel

Brechungsgesetz (nach Snellius):

Für Einfallswinkel α (Medium 1) und Brechungswinkel β (Medium2) gilt:

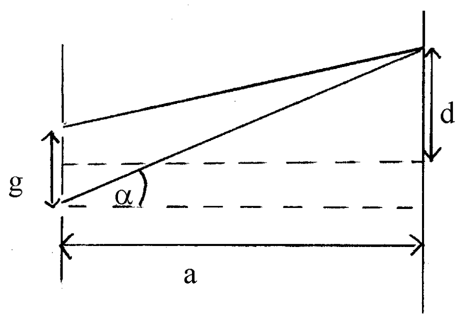
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = const. = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$c_{1,2}$ Lichtgeschwindigkeit, $n_{1,2}$: Brechungsindex

Spezialfall: $n_{Luft} \approx 1$

Beugung am Doppelspalt

Kohärentes Licht falle auf einen Doppelspalt:



Von beiden Spaltöffnungen geht (näherungsweise) jeweils eine Elementarwelle aus.

Für die Maxima n-ter Ordnung auf einem Schirm gilt dabei (vgl. Skizze) :

$$\sin\alpha = \frac{n\lambda}{g}, \qquad \tan\alpha = \frac{d_n}{a}$$

a: Abstand zwischen Doppelspalt und Schirm, g Spaltabstand, d_n: Abstand des Maximums n-ter Ordnung vom Maximum 0-ter Ordnung

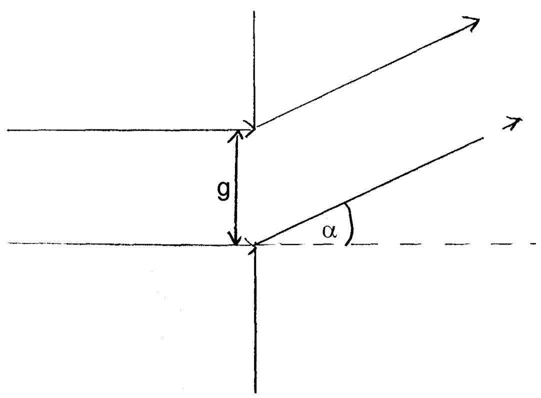
Für kleine Winkel α gilt näherungsweise:

$$d_n = n \cdot \frac{a\lambda}{g}$$

Beugung am Gitter

Für die Hauptmaxima gelten die gleichen Formeln wie für die Beugung am Doppelspalt. g bedeutet dabei den Abstand zweier benachbarter Spalte (*Gitterkonstante*). Zwischen zwei Hauptmaxima liegen $N-1$ Minima bei Phasenunterschieden von $\delta = n\lambda + m\lambda/N$ mit $m = 1, 2, .., N-1$ und $N-2$ Nebenmaxima, wobei N die Anzahl der beleuchteten Spalte bedeutet. Die Intensität der Nebenmaxima nimmt mit zunehmendem N weiter ab, wodurch die Hauptmaxima schärfer voneinander getrennt werden.

Beugung am Spalt



Für die Minima n-ter Ordnung gilt:

$$\sin\alpha = \frac{n\lambda}{g}$$

Zwischen den Minima liegen Maxima, deren Intensität mit zunehmender Ordnung n abnimmt.

13 Dualismus Teilchen-Welle

Einsteinsches Photonenbild

Licht besteht aus Lichtteilchen, den *Photonen* oder *Lichtquanten*, mit Energie:

$$E_{Ph} = h \cdot f$$

$h = 6,6262 \cdot 10^{-34} Js = 4,136 \cdot 10^{-15} eVs$: Plancksches Wirkungsquantum, f: Frequenz

Nach der Einsteinschen Beziehung zwischen Energie und Masse ($E = mc^2$) lässt sich den Photonen eine Masse m_γ und ein Impuls p_γ zuordnen. Es gilt:

$$m_\gamma = \frac{h}{c\lambda}, \qquad p_\gamma = \frac{h}{\lambda}$$

Die Masse m_γ bezeichent die zur Photonenenergie W äquivalente Masse. Photonen haben eine Ruhemasse von $m_o = 0$.

Photoeffekt

Beim Photoeffekt überträgt ein Photon seine gesamte Energie auf ein Elektron in einem Atom. Ist die Photonenenergie größer als die *Bindungsenergie* W_A, wird das Elektron herausgelöst. Für die (maximale) kinetische Energie E_{kin} dieses *Photoelektrons* gilt:

$$E_{kin} = h \cdot f - W_A$$

Röntgenstrahlung (Bremsstrahlung)

Elektronen treffen auf einen Schirm. Dabei werden sie abgebremst und wandeln ihre kinetische Energie in Photonen um. Bis ein Elektron vollständig abgebremst wird, können mehrere Photonen entstehen. Es kommt zu einem *Röntgenspektrum.* Bei der größtmöglichen Frequenz dieses Spektrums f_{gr} wird dabei die gesamte kinetische Energie des Elektrons in ein Photon umgesetzt. Es gilt:

$$eU = hf_{gr}$$

Dieser Frequenz entspricht einer minimalen Wellenlänge λ_{gr}. (Von der Bindungsenergie der Elektronen werde hier abgesehen.)
Bremsstrahlung entsteht ebenfalls bei der Abbremsung anderer geladener Teilchen.

Materiewellen

Auch materielle Teilchen (Mikroteilchen) besitzen Teilchen- und Welleneigenschaften. Es gilt die De-Broglie-Beziehungen:

$$\lambda = \frac{h}{p}\,, \qquad f = \frac{W}{h}$$

p: Impuls, λ: De-Broglie-Wellenlänge, W: Gesamtenergie des Teilchens.

Im Unterschied zu Photonen besitzen die Mikorteilchen eine Ruhemasse $m_o > 0$ und bewegen sich mit einer Geschwindigkiet $v < c$.

Heisenbergsche Unschärferelation

Die Heisenbergsche Unschärferelation gibt eine Abschätzung dafür, wann bei materiellen Teilchen der klassische Bahnbegriff anwendbar ist und damit die Gesetze der klassischen Mechanik, und wann die Gesetze der Quantenmechanik (Wellenmechanik) gelten. Es gilt:

$$\Delta p_x \cdot \Delta_x \approx \hbar$$

Δx: Ortsungenauigkeit, Δp_x: Impulsungenauigkeit in x-Richtung $\hbar = h/2\pi$ (h-quer)

Ort umd Impuls lassen sich nicht gleichzeitig genau messen.

14 Relativitätstheorie

Einsteinsche Postulate

1) **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit**
Die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit ist in allen Intertialsystemen gleich groß.

2) **Relativitätsprinzip**
In allen Inertialsystemen gelten die gleichen physikalischen Gesetze.

Zeitdilatation

Eine relativ zu einem Inertialsystem bewegte Uhr geht langsamer als eine in dem Inertialsystem ruhende Uhr:

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

$\Delta t'$: Zeitdifferenz der bewegten Uhr, Δt: Zeitdifferenz im ruhenden System, $\beta = v/c$

Längenkontraktion

Für ein gegenüber einem ruhenden System bewegtes Objekt wird in diesem System in Bewegungsrichtung eine kleinere Länge gemessen als im Ruhesystem des Objekts:

$$\Delta x = \Delta x' \cdot \sqrt{1 - \beta^2}$$

Lorentz-Transformation

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2} \cdot x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{aligned}$$

Das System S' bewege sich dabei mit der Geschwindigkeit v relativ zum System S. Zeitdilatation und Längenkontraktion ergeben sich als Spezialfälle aus der Lorentz-Transformation.

Aufgrund des Relativitätsprinzips gilt für die umgekehrte Transformation:

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\
y &= y' \\
z &= z' \\
t &= \frac{t' + \frac{v}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1-\beta^2}}
\end{aligned}
$$

Äquivalenz von Masse und Energie

Gesamtenergie eines Körpers:

$$E_{ges} = mc^2$$

Bewegte Masse

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

m_o: Ruhemasse. Die Masse m bewege sich mit der Geschwindigkeit v gegenüber dem Ruhesystem.

Für den Spezialfall $v \ll c$ (d.h. $\beta \ll 1$) ergibt sich daraus näherungsweise:

$$E_{ges} \approx m_0 c^2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_o}$$

Der zweite Term entspricht genau der klassischen kinetischen Energie. Der erste Term lässt sich als *Massenenergie* deuten. Masse stellt eine From der Energie dar. Insbesondere lässt sich Masse in andere Energieformen umwandeln und umgekehrt.

Relativistischer Energiesatz

$$
\begin{aligned}
E_{ges} &= mc^2 = m_o c^2 + E_{kin} \\
E_{ges}^2 &= (m_o c^2)^2 + (pc)^2
\end{aligned}
$$

E_{ges}: Gesamtenergie, E_{kin}: kinetische Energie, p: Impuls

15 Radioaktivität und Atomkerne

Nuklidschreibweise

$$^{A}_{Z}X_{(N)}$$

X: *Nuklid*, *A Massenzahl* (Nuklidzahl), Z: *Ordnungszahl* (Protonenzahl), N: *Neutronenzahl.*
Kerne mit unterschiedlichen Massenzahlen aber gleicher Ordungszahl bezeichnet man als *Isotope*.

α-Zerfall

$$^{A}_{Z}X \longrightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He + Energie$$

Der α-Zerfall liefert ein diskretes Energiespektrum.

β-Zerfall

$$\begin{array}{lccl} \beta^- : & ^{A}_{Z}X & \longrightarrow & ^{A}_{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu} + Energie \\ \beta^+ : & ^{A}_{Z}X & \longrightarrow & ^{A}_{Z-1}Y + e^+ + \nu + Energie \end{array}$$

e^- und e^+ bezeichnen Elektron bzw. Positron, und ν und $\bar{\nu}$ stehen für (Elektron-) Neutrino bzw. Antineutrino.
Im Kern wandelt sich jeweils eine Nuklidsorte in die andere unter Aussendung eines Neutrinos bzw. Antineutrinos um. Da die Zerfallsenergie auf mehrere Teilchen verteilt ist, ergibt sich für die β-Teilchen ein kontinuierliches Energiespektrum.

γ-Zerfall

$$^{A}_{Z}X^* \longrightarrow ^{A}_{Z}X + \gamma + Energie$$

X^* ist ein angeregter (energiereicherer) Zustand des Nuklids X. γ bezeichnet ein Photon. Für seine Frequenz f gilt:

$$h \cdot f = \Delta E$$

bei einer Energiedifferenz ΔE zwischen den beiden Energiezuständen des Nuklids.
Es liegt ein diskretes Energiespektrum vor.

Bindungsenergie

$$W_B = (Zm_p + Nm_n - m_k)c^2$$

m_p Protonenmasse, m_n: Neutronenmasse, m_k: Kernmasse
Der Atomkern ist leichter ist die Summe seiner Bestandteile (*Massendefekt*).

Zerfallsgesetz

Für die Zahl N der noch nicht zerfallenen Kerne einer Probe gilt:

$$N(t) = N_o \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$k = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

mit $N_o = N(0)$, k: *Zerfallskonstante*, $T_{1/2}$: *Halbwertszeit*

Aktivität

$$A = -\dot{N}, \qquad [A] = 1/s = 1Bq\,(Becquerel)$$

Es gilt:

$$A(t) = A_o \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$A = k \cdot N$$

mit $A_o = A(0)$

Energiedosis

$$D = \frac{\Delta W}{\Delta m}, \qquad [D] = 1\frac{J}{kg}1Gy\,(Gray)$$

ΔW: absorbierte Strahlenenergie, Δm: durchstrahlte Masse

Äquivalentdosis

$$H = Q \cdot D \qquad [D] = 1Sv\,(Sievert)$$

Der *Qualitätsfaktor* Q beschreibt die unterschiedliche Schädlichkeit der verschiedenen Strahlenarten. Es gilt: $Q = 1$ für β- und γ-Strahlung, $Q = 10$ für Neutronenstrahlung und $Q = 20$ für α-Strahlung.
Die mittlere natürliche Strahlenbelastung liegt bei etwa 2,4 mSv/a.

16 Fehlerrechnung

Eine Größe y hänge von einer Größe x ab über

$$y = f(x) \quad .$$

Beträgt die Ungenauigkeit in der Bestimmung von x Δx, so gilt nach dem *Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz* für die Ungenauigkeit Δy der Größe y:

$$\boxed{\Delta y \approx |f'(x)| \cdot \Delta x}$$

$f'(x)$ bedeutet dabei die Ableitung von $f(x)$ nach x. (Mathematisch ist dies die Approximation des Differenzialquotienten $f'(x)$ durch den Differenzenquotienten $\Delta y/\Delta x$ für kleine Werte von Δx.

Hängt y von mehreren Größen, z.B. a, b und c, ab, so gilt:

$$\Delta y \approx \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \cdot \Delta c\right)^2}$$

$\partial f/\partial a$ bedeutet dabei die *partielle Ableitung* von f nach a. (Nach a wird abgleitet, während b und c als konstant betrachtet werden.)

Hängt y nach einem einfachen Potenzgesetz von x ab:

$$y = x^m \quad ,$$

so ergibt sich für den *relativen Fehler*:

$$\frac{\Delta y}{y} \approx |m| \cdot \frac{\Delta x}{x}$$

Beispiel:

Es gelte:

$$y = \frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3}$$

Daraus erhält man nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\frac{\Delta y}{y} \approx \sqrt{\left(2\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(3\frac{\Delta c}{c}\right)^2}$$