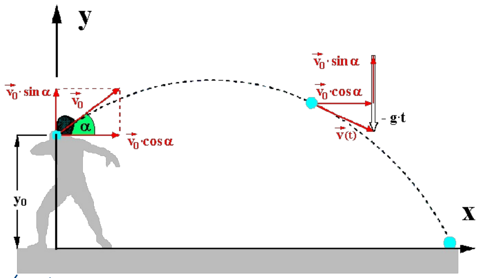
Schräger Wurf

Viele interessante Bewegungen (Kugelstoß, Speerwurf, Kanonenkugel usw.) können nicht mit Hilfe der Gleichungen des horizontalen Wurfes beschrieben werden, da die Abwurfgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ einen Winkel α mit der Horizontalen bildet.



t-v-Gesetze:

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha$$

$$v_y(t) = v_0 \sin\alpha - gt$$

t-x- bzw. t-y-Gesetz:

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t \quad (**)$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (*)$$

Bahngleichung y(x): $t = \dfrac{x(t)}{v_0 \cos\alpha}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{y}} = y_0 + v_0 \sin\alpha \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha}$$

$$= y_0 + \tan\alpha \cdot \underline{\underline{x}} - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 \cos^2\alpha} \underline{\underline{x^2}}$$

$$(y = ax^2 + bx + c)$$

Wurfweite: wenn $y(t_w) = 0$, zunächst mal mit $y_0 = 0$

$$(*) \quad 0 = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_w - \frac{1}{2} g t_w^2$$

$$\Leftrightarrow 0 = t_w \left(v_0 \sin\alpha - \frac{1}{2} g t_w\right)$$

Stimmt für $t = 0$ und für $\left(v_0 \sin\alpha - \frac{1}{2} g t_w\right) = 0$

$$\Leftarrow$$

$$t_w = \frac{2 \cdot v_0 \sin\alpha}{g}$$ Wurfdauer

$$t_s = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$ Steigzeit

eingesetzt in $(**)$: $\underline{\underline{x(t_w)}} = v_0 \cos\alpha \cdot \dfrac{2 v_0 \sin\alpha}{g}$

$$\boxed{2 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = \sin(2\alpha)}$$

Probe mit Geogebra

$$= \underline{\underline{\frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\alpha)}}$$ Wurfweite

Die größte Wurfweite erhält man für $\alpha = 45°$, denn $\sin(90°) = 1$ (maximal).

Ein Wasserstrahl, der unter einem Winkel von 40° zur Horizontalen die Düse eines Gartenschlauchs verlässt, erreicht das in 30 m Entfernung stehende Buschwerk in gleicher Höhe wie die Düse. Berechnen Sie ohne Berücksichtigung des Luftwiderstands

a) die Geschwindigkeit des Wasserstrahls;

b) die Gipfelhöhe des Wasserstrahls;

c) die Flugzeit eines Wassertropfens.

$$x(t_w) = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin(2\alpha) \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{30\,m \cdot 9{,}81\,m/s^2}{\sin(80°)}}$$

$$= 17{,}3\,m/s$$

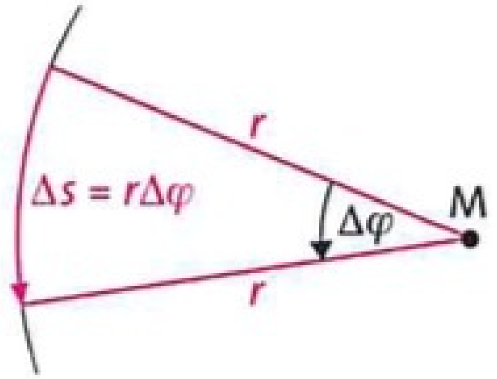
$$\left(v_x = v_0 \cdot \cos\alpha = 13{,}25\,m/s \,,\; v_{y,Ende} = v_0 \sin\alpha - g \cdot t_w = -11{,}1\,m/s \right)$$

$$t_w = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g} = 2{,}27\,s$$

$$t_s = \frac{1}{2} t_w = 1{,}13\,s \Rightarrow y_{max} = (y_0) + v_0 \sin\alpha \cdot t_s - \frac{1}{2} g t_s^2$$

$$\underline{\underline{\approx 6{,}3\,m}}$$

Die gleichförmige Kreisbewegung (S. 34)



$U = 2\pi r \quad , \quad \Delta s = r \Delta\varphi$

$$\boxed{\frac{\Delta\varphi(°)}{360°} = \frac{\Delta\varphi(rad)}{2\pi}}$$

$$\Longrightarrow \Delta\varphi(rad) = \frac{2\pi}{360°} \cdot \Delta\varphi(°)$$

(Tipp f. TR : $\sin 90 \overset{!}{=} 1$

wenn nicht, dann ist rad eingestellt)