$$y = C_1 \cdot e^{C_2 \cdot x} \qquad | \ \ln$$

$$\Leftrightarrow \ln y = \ln\left(C_1 \cdot e^{C_2 x}\right) \qquad | \ 2.\ LR$$

$$= \ln C_1 + \ln\left(e^{C_2 x}\right) \qquad | \ 3.\ LR$$

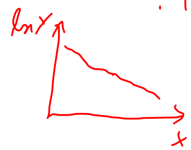
$$= \ln C_1 + C_2 x \cdot \ln(e)$$

$$= \underbrace{\ln C_1}_{n} + \underbrace{C_2}_{m}\, \underbrace{x}_{x}$$

$$Y_{neu} = n + m\, x$$

$$C_1 = e^n$$

| x | y | ln y |
|---|---|---|
| ⋮ | ⋮ | ⋮ |



$$y = C_1 \cdot x^{C_2} \qquad | \ \ln$$

$$\Leftrightarrow \ln y = \ln\left(C_1\, x^{C_2}\right) \qquad | \ 2$$

$$= \ln C_1 + \ln\left(x^{C_2}\right)$$

$$= \underbrace{\ln C_1}_{n} + \underbrace{C_2}_{m} \cdot \underbrace{\ln x}_{X_{neu}}$$

$$Y_{neu} = n + m \cdot X_{neu}$$

$$C_1 = e^n$$

| x | y1 | y2 |
|---|---|---|
| 1 | 7,358 | 0,333 |
| 2 | 2,707 | 2,667 |
| 3 | 0,996 | 9,000 |
| 4 | 0,366 | 21,333 |
| 5 | 0,135 | 41,667 |
| 6 | 0,050 | 72,000 |

| x | y | ln x | ln y |
|---|---|---|---|
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

$$y_1 = 20 \cdot e^{-x}$$

$$y_2 = 0{,}33 \cdot x^3$$

Umwandlungsrate ist proportional zur Zahl der instabilen Kerne:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N \qquad | \cdot dt \quad | : N$$

$$\Leftrightarrow -\frac{dN}{N} = \lambda \cdot dt \qquad | \text{ Integration}$$

$$\Leftrightarrow -\int_{N_0}^{N(t)} \frac{1}{N}\, dN = \lambda \int_0^t dt$$

$$-\ln N \Big|_{N_0}^{N(t)} = \lambda\, t$$

$$\Leftrightarrow -[\ln N(t) - \ln N_0] = \lambda \cdot t \qquad | \cdot (-1) \quad | \text{ 2. LR}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -\lambda t \qquad | \, e \text{ hoch}$$

$$\Leftrightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

---

$$a^x = e^{x \cdot \ln a}$$

$$N(t) = N_0 \cdot \frac{1}{2}^{z} \qquad z = \text{Anzahl der Halbierungen}$$

$$= N_0 \cdot \frac{1}{2}^{t/T_H} \qquad = \frac{t}{T_H}$$

$$\frac{1}{2}^{t/T_H} = e^{t/t_H \cdot \ln \frac{1}{2}} \qquad | \ln \qquad \ln\frac{1}{2} = \ln 1 - \ln 2$$

$$\Leftrightarrow t/T_H \ln \frac{1}{2} = t/T_H \cdot \ln \frac{1}{2} \qquad \square \qquad = 0 - \ln 2$$

$$= -\ln 2$$

Beh.: $N_0 \frac{1}{2}^{t/T_H} = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \qquad | : N_0 \quad | \ln$

$$\Leftrightarrow -t/T_H \cdot \ln 2 = -\lambda t \qquad | : t \quad | \cdot T_H \quad | : \lambda \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{\ln 2}{\lambda} = T_H} \Leftrightarrow \boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{T_H}} \qquad \text{wichtig!}$$

Halbwertszeit Zerfallskonstante

Aktivität:

$$A := -\frac{dN}{dt} = -\frac{d(N_0 \cdot e^{-\lambda t})}{dt}$$

$$= N_0(-\lambda)\, e^{-\lambda t} \qquad \text{Kettenregel}$$

$$\boxed{A(t) = -\lambda \cdot N(t)}$$

$$= -\ln 2 \, \frac{N(t)}{T_H}$$

---

$2\,kg\ {}^{238}U \quad : \quad 1\ U\text{-Atom} : 238\,u = 238 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg$

$T_H \approx 4{,}5 \cdot 10^9\,a \qquad \Rightarrow N = \frac{2\,kg}{238 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg} = 5 \cdot 10^{24}$

$$\Rightarrow A = \frac{\ln 2}{T_H} N = 2{,}4 \cdot 10^7 / s$$

$$= 24\ MBq$$ (Megabecquerel)

S. 489

2. Bestimmen Sie den Bruchteil einer Menge $^{226}Ra$ mit $t_H = 1600$ a, der nach 10 Jahren noch nicht zerfallen ist.
3. Berechnen Sie die Menge Blei, die seit Bestehen der Erde ($4{,}55 \cdot 10^9$ a) aus 1 kg $^{238}U$ mit $t_H = 4{,}5 \cdot 10^9$ a entstanden ist.

A2: $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} = N_0\, e^{-\frac{t}{T_H}\ln 2} = N_0 \cdot \frac{1}{2}^{t/T_H}$

ges.: $\frac{N(10a)}{N_0} = \frac{1}{2}^{10a/1600a} = 0{,}9957 = 99{,}57\,\%$

A3: $N_0 = \frac{1\,kg}{238 \cdot u} = 2{,}53 \cdot 10^{24}$

$N(t)$ = Zahl d. instabilen Kerne, die <u>noch</u> da sind

ges.: $N_x = N_0 - N(t) = N_0 - N_0\, e^{-\lambda t}$

$= N_0 (1 - e^{-\lambda t})$

↑ Zahl der Kerne, die schon zerfallen sind

$N_x = 2{,}53 \cdot 10^{24} \left(1 - e^{-\ln 2 \cdot 4{,}55/4{,}5}\right)$

$= 1{,}275 \cdot 10^{24}$

$\Rightarrow m_{Pb} = N_x \cdot m_{Pb\text{-}Atoms} = 1{,}275 \cdot 10^{24} \cdot 206\,u$

$= 436\,g$

(verlustig gegangen sind 9 α's: $m_\alpha = 9 \cdot 4 \cdot u \cdot N_x$

$= 76\,g$ )