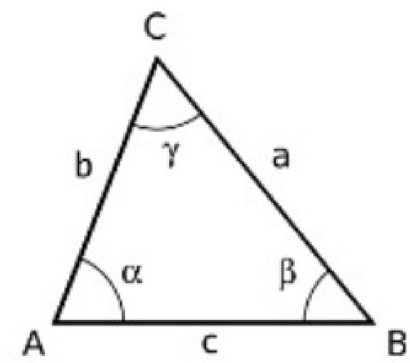
Eine typische Aufgabenart zur Kräfteaddition

Ermittle durch Rechnung die Gesamtkraft zweier Kräfte mit den Beträgen 6 N und 8 N, wenn sie Winkel von 0°, 30°, 60°, 90°,120°, 150°, 180° einschließen.

(grobe Skizze, Add./Subtr. bei gleichen Wirkungslinien, Pythagoras, Kosinussatz)

Der Kosinussatz

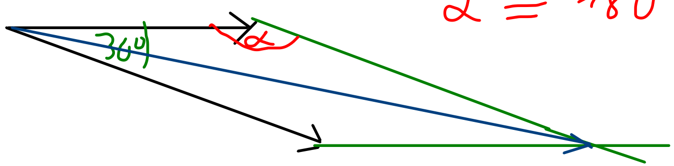


$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

0°

$F_{ges} = F_1 + F_2 = 14\,N$

30°

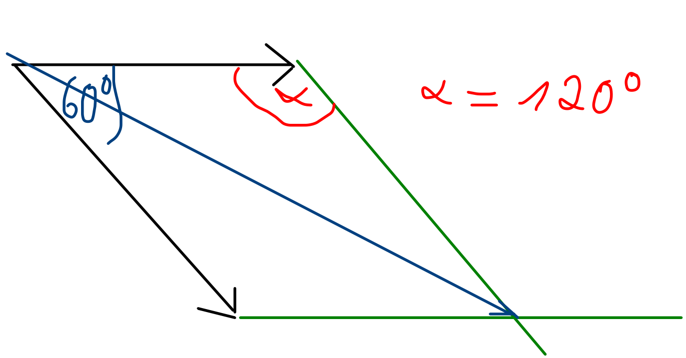


$\alpha = 180° - 30° = 150°$

$\Rightarrow F_{ges}^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\alpha$

$\Rightarrow F_{ges} = 13{,}5\,N$

60°



$\alpha = 120°$

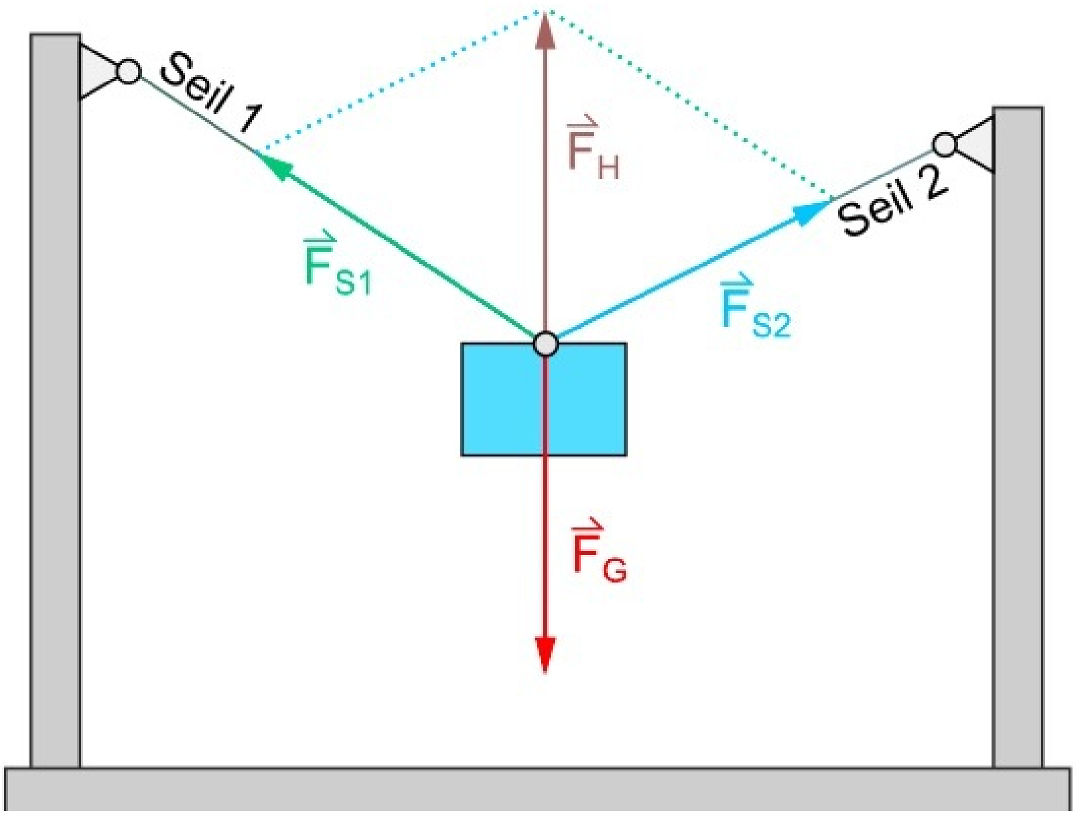
$F_{ges} = 12{,}2\,N$

90°: 10 N 120°: 7,2 N 150°: 4,1 N 180°: 2 N

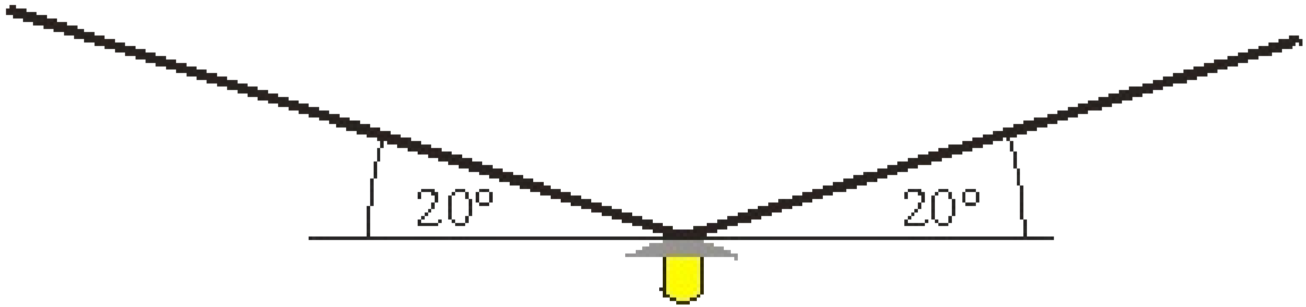
Kräftezerlegung I

Gegeben sei ein Gewicht, das über zwei Seile an zwei Säulen aufgehängt ist. Die Ausgangskraft in diesem Beispiel ist die Gewichtskraft F_G des Gewichts mit der Masse m.

Damit sich das Gewicht nicht bewegt, muss ein Kräftegleichgewicht herrschen. Dazu denkt man sich eine gleich große, entgegengesetzte Kraft F_H, die aber nicht real ist, sondern die Summe der beiden Seilkräfte F_{S1} und F_{S2} ist. (Es handelt sich hier lediglich um Zugkräfte, da Seile keine Druckkräfte aufnehmen können.)



Aufhängung einer Straßenlampe

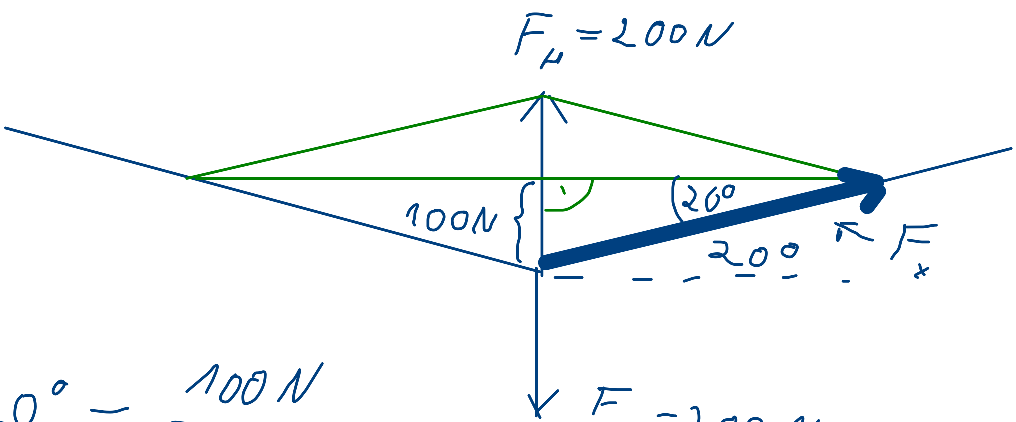


Eine Straßenlampe mit der Gewichtskraft F_G=200N hängt an zwei Seilen, die jeweils unter α = 20° zur Horizontalen geneigt sind.

a) Berechne, welche Zugkraft in einem Seil auftritt.

b) Im Winter ziehen sich die Seile etwas zusammen. Der Durchhang wird kleiner. Wird die Zugkraft dadurch kleiner oder größer? Begründe deine Antwort.

c) Erläutere, ob es möglich ist, die Aufhängeseile so zu spannen, dass beide genau in einer Geraden verlaufen, der Durchhang also völlig verschwindet.



a)

$$\sin 20° = \frac{100N}{F_x}$$

$$\Longrightarrow F_x = \frac{100N}{\sin 20°} = \underline{\underline{292{,}4N}}$$

b) Durchhang kleiner, z.B. 10°

$$\Longrightarrow F_x = \frac{100N}{\sin 10°} = \underline{\underline{576N}}$$

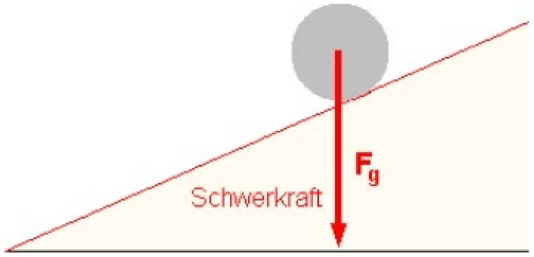
c) nahezu kein Durchhang: $\alpha = 1° \Rightarrow F_x = 5730N$

$\alpha = 0{,}1° \Rightarrow F_x = 57300N$

$$\lim_{\alpha \to 0} F_x = \infty$$

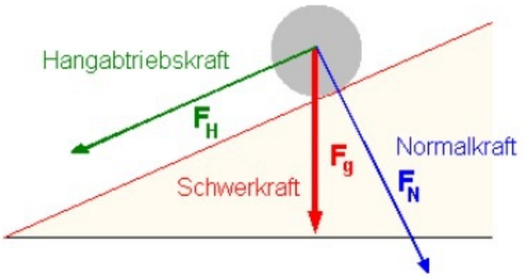
Kräftezerlegung II

Befindet sich z.B. eine Kugel auf einer schiefen Ebene, so wirkt die Schwerkraft in eine Richtung, in die sich die Kugel nicht bewegen kann.
Was wird die Kugel also tun?



Die Schwerkraft muss in zwei **Teilkräfte (Komponenten)** zerlegt werden, denn es passieren nun *zwei Dinge:*

- die Kugel wird den Hang hinunterrollen.
  Eine Teilkraft wirkt also den Hang abwärts - man nennt sie die **Hangabtriebskraft F_H**.

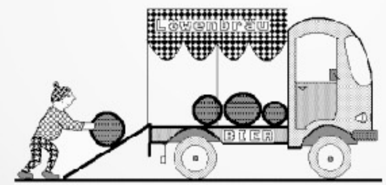


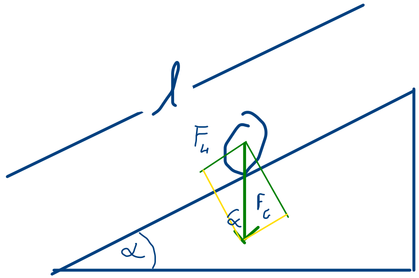
- die Kugel drückt nach wie vor (senkrecht) auf die Unterlage. Man nennt diese Teilkraft die **Normalkraft F_N** (normal = senkrecht auf).

Fortsetzung in der Präsentation "Kräfte an der schiefen Ebene"

Um Bierfässer der Gewichtskraft $1{,}20 \cdot 10^3$ N auf die 1,0 m hohe Ladefläche eines LKWs zu bringen, werden sie "kraftsparend" auf Bohlen hochgerollt.

Wie lang müssen die Bohlen sein, wenn die Kraft zum Rollen 300 N sein soll?





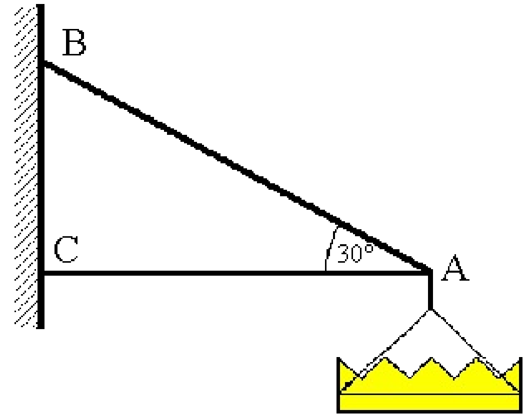
ges.: l

$h = 1\,\text{m}$

$$\sin\alpha = \frac{F_H}{F_G} \quad \wedge \quad \sin\alpha = \frac{h}{l} \iff l = \frac{h}{\sin\alpha}$$

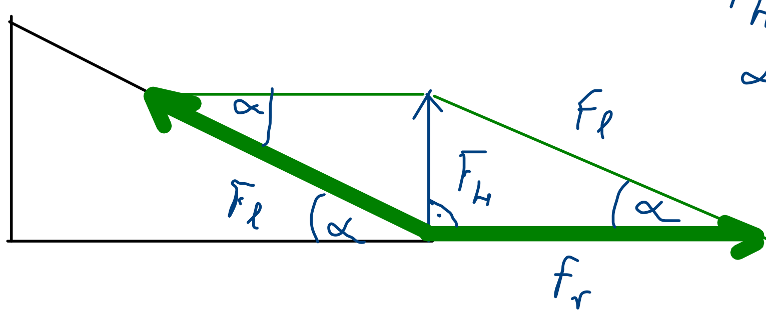
$$\Rightarrow l = \frac{h\,F_G}{F_H} = 1\,\text{m} \cdot \frac{1200\,\text{N}}{300\,\text{N}} = \underline{\underline{4\,\text{m}}}$$

Auf die Krone wirkt die Gewichtskraft von 300 N.



Berechnen Sie die Kräfte entlang der Wirkungslinien AB und AC, die nötig sind, um die Krone in Ruhe zu halten.

Welche Linie muss durch eine Stange, welche kann durch ein Seil realisiert werden?



$F_H = 300\,N$

$\alpha = 30°$

ges.: F_l, F_r

$$\sin\alpha = \frac{F_H}{F_l} \Leftrightarrow \underline{\underline{F_l}} = \frac{F_H}{\sin\alpha} = \frac{300\,N}{\sin 30°} = \underline{\underline{600\,N}}$$

$$\left[F_H^2 + F_r^2 = F_l^2 \Leftrightarrow F_r = \sqrt{F_l^2 - F_H^2} = \underline{\underline{520\,N}} \right]$$

$$\cos\alpha = \frac{F_r}{F_l} \Leftrightarrow F_r = F_l \cdot \cos\alpha = \underline{\underline{520\,N}}$$