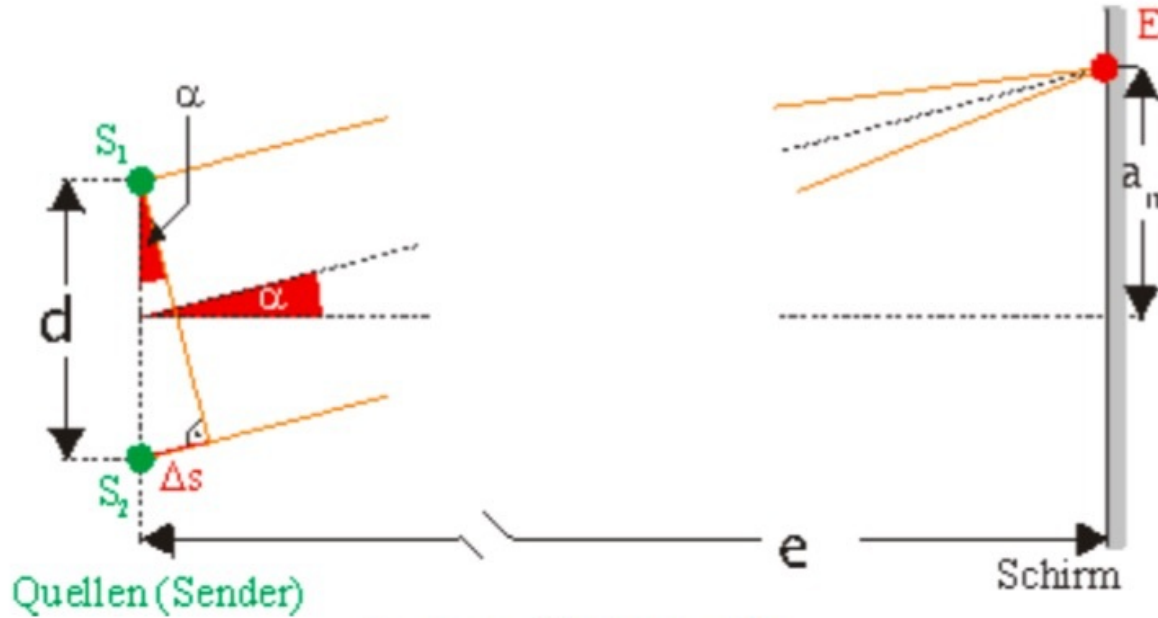


# Berechnung des Gangunterschiedes bei der Zwei-Quellen-Interferenz (z.B. Doppelspalt)



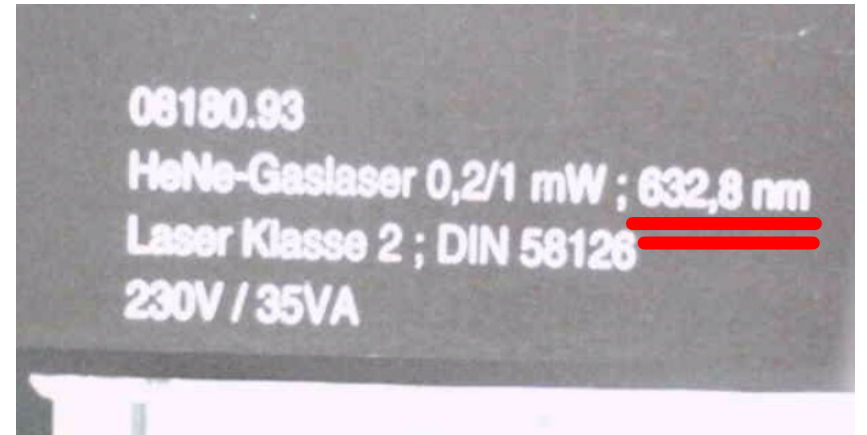
Im  $n$ -ten Maximum gilt:  
 $\Delta s = n \cdot \lambda = d \cdot \sin(\alpha)$

$$\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) = \frac{a_n}{e}$$

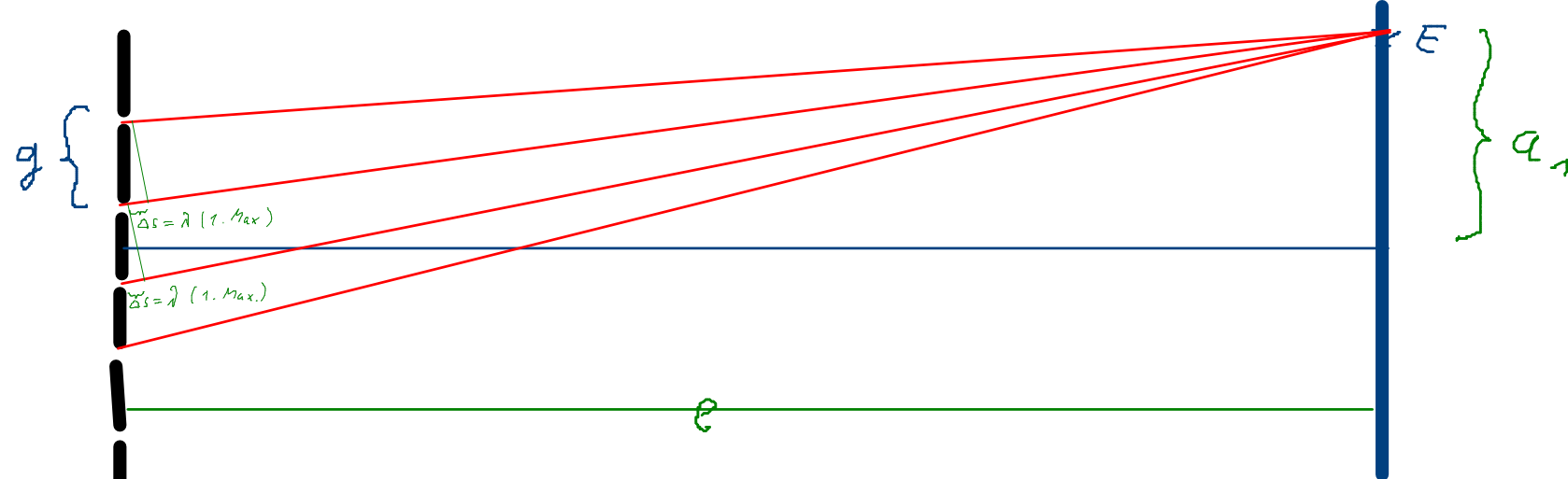
$(a_n = \frac{\lambda \cdot n \cdot e}{d})$   
 $\Rightarrow \lambda = \frac{d \cdot a_n}{n \cdot e}$  mit  $n=0,1,2,\dots$

$e = 768 \text{ cm}$   
 $d = 0,3 \text{ mm}$   
 $2 \cdot a_2 = 6,5 \text{ cm} \Rightarrow a_2 = 3,25 \text{ cm}$   
 $\Rightarrow \lambda = 0,0006348 \text{ mm}$   
 $= \underline{\underline{634,8 \text{ nm}}}$

Heureka!



Frequenz  $c = \lambda \cdot f$   $c_{\text{Vakuum}} \approx c_{\text{Luft}} \approx 300000 \frac{\text{km}}{\text{s}} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = 4,73 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$



Dass alle Strahlen konstruktiv interferieren, ist erwartungsgemäß sehr selten.

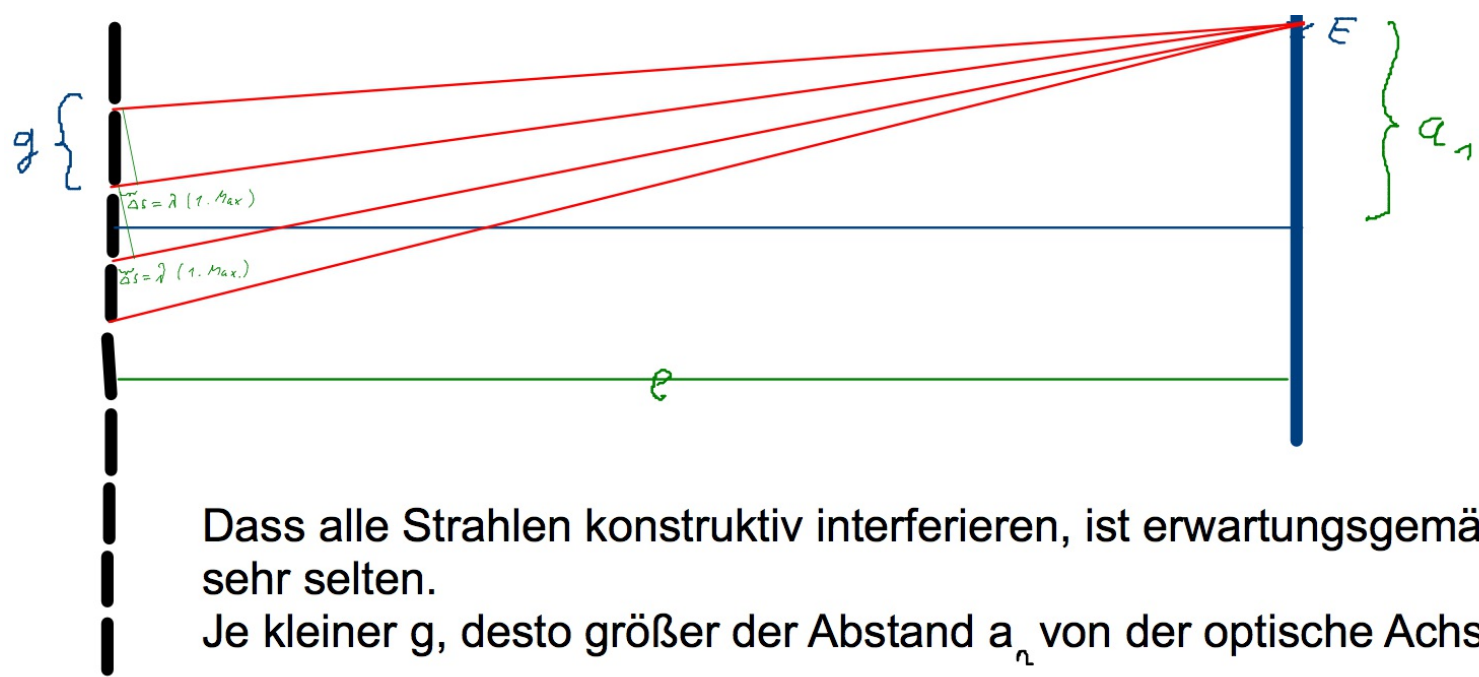
Je kleiner  $g$ , desto größer der Abstand  $a_n$  von der optische Achse.

Nachtrag zur Kleinwinkelnäherung

$$\frac{\alpha^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{\alpha'}{2\pi} \Rightarrow \alpha' = \frac{\alpha^{\circ}}{180^{\circ}} \cdot \pi$$

$$\tan \alpha_3 = \frac{40 \text{ cm}}{700 \text{ cm}} \Rightarrow \alpha_3 = \tan^{-1} \left( \frac{40}{700} \right) = 3,3$$

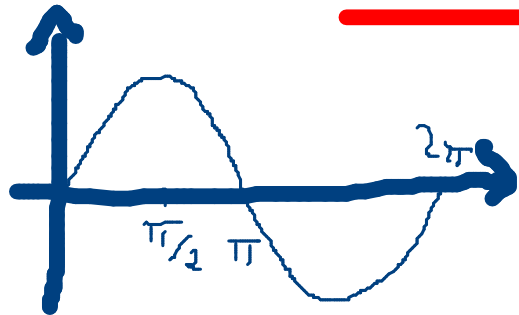
(Android: MathsApp)



Dass alle Strahlen konstruktiv interferieren, ist erwartungsgemäß sehr selten.  
 Je kleiner  $g$ , desto größer der Abstand  $a_n$  von der optische Achse.

$$\Delta s = n \cdot \lambda = g \cdot \sin \alpha_n \quad \text{und} \quad \tan \alpha_n = \frac{a_n}{e}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{g \cdot \sin(\tan^{-1}(\frac{a_n}{e}))}{n} \quad \alpha_n = \tan^{-1}(\frac{a_n}{e})$$



$$\sin \alpha_n = \frac{n \lambda}{g}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha_n \sim \lambda$$

d.h. für Winkel bis  $90^\circ$ :  
 $\alpha_n$  wächst mit  $\lambda$

## Übungsaufgabe zur Wellenoptik

(Zentralabitur 2001 Physik Grundkurs Mecklenburg-Vorpommern)

1. Auf einen Doppelspalt fällt senkrecht zur Spaltebene ein schmales, monochromatisches Lichtbündel. Das hindurchtretende Licht wird auf einem zur Spaltebene parallel stehenden Bildschirm aufgefangen. Ein Interferenzbild wird beobachtet. Erklären Sie das Zustandekommen des Interferenzbildes mit dem Wellenmodell des Lichts. Erläutern Sie dabei anhand einer Skizze, dass sich in der Beziehung

$$\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{b} \quad k=1,2,3,\dots$$

die Bedingung für die Verstärkung kohärenter Wellen widerspiegelt.

2. Ein Experiment wird ähnlich der Teilaufgabe 1 mit einem Gitter statt des Doppelspalts durchgeführt. Der Abstand zwischen Gitter und Bildschirm beträgt 3,00m.

a) Berechnen Sie die Gitterkonstante, wenn beim Experiment das Lichtbündel eines Lasers mit der Wellenlänge  $\lambda = 630\text{nm}$  benutzt wird und der Abstand der beiden Maxima 1. Ordnung auf dem Schirm 15,7cm beträgt.

b) Fällt statt des Laserlichts Sonnenlicht in gleicher Weise durch die Experimentieranordnung, beobachtet man Spektren erster bzw. höherer Ordnung.

Erklären Sie das Entstehen der Spektren.

Berechnen Sie die Breite eines Spektrums 1. Ordnung auf dem Bildschirm, wenn die Wellenlängen des sichtbaren Lichts zwischen 390nm und 770nm angenommen werden und die Gitterkonstante  $b = 10,0\mu\text{m}$  beträgt.

$$\sin \alpha_n = \frac{n \cdot \lambda}{g} \quad \tan \alpha_n = \frac{a_n}{e}$$

$$n=1 \cdot g = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \quad \alpha = \tan^{-1} \left( \frac{a_1}{e} \right) \Rightarrow a) \quad \underline{\underline{g = 24 \mu\text{m}}} \quad a_1 = \frac{15,7}{2} \text{ cm}$$

$$b) \quad \sin \alpha_n \sim \lambda \Rightarrow a_{n,\text{rot}} > a_{n,\text{violett}}$$

$$\sin \alpha_{\text{viol}} = \frac{390 \text{ nm}}{10 \mu\text{m}} \Rightarrow \alpha_{\text{viol}} = 2,235^\circ \Rightarrow a_{\text{viol}} = e \cdot \tan \alpha_{\text{viol}} = 11,7 \text{ cm}$$

$$\sin \alpha_{\text{rot}} = \frac{770 \text{ nm}}{10 \mu\text{m}} \Rightarrow \alpha_{\text{rot}} = 4,416^\circ \Rightarrow a_{\text{rot}} = 23,2 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta a = 11,5 \text{ cm}$$

Bestätigung der Aussage sichtbares Licht  $\in [390, 770]$  nm:

$$a_{\text{rot}} = 12,8 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{rot}} = g \cdot \sin \alpha_{\text{rot}} = 652 \text{ nm} \quad (\text{naja})$$

$$a_{\text{vio}} = 7,4 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{vio}} = 385 \text{ nm} \quad (\text{gut})$$

$$e = 32 \text{ cm}$$

$$g = \frac{1}{570} \text{ mm}$$

Die Lampe scheint nicht alles Rot zu enthalten.

	blau	grün	gelb
a <sub>n</sub>	6	7,8	8,3
	6,1	7,6	8,7
	6,05	7,7	8,2

$$g = \frac{1}{570} \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{n = 1}}$$

$$e = 24 \text{ cm}$$

$$\lambda = g \cdot \sin \alpha, \quad \tan \alpha = \frac{a}{e}$$

$\lambda$	429	536	567
	<u>429</u>	<u>536</u>	<u>567</u>

in nm

Literatur:

Sichtbares Licht	violett	404,66 nm	h-Linie	Doppellinie
	violett	407,78 nm	h-Linie	
	<u>blau</u>	<u>435,83 nm</u>	<u>g-Linie</u>	Hauptemissionslinie, Fotolithografie
	cyan	491,60 nm		
	<u>grün</u>	<u>546,07 nm</u>	<u>e-Linie</u>	
	orange	576,96 nm	orangefarb. Doppellinie	Hauptemissionslinie
	orange	579,07 nm	<u>577/579 nm</u>	
	rot	614,95 nm		



Auf einer CD werden Informationen digital in der so genannten Datenspirale, einer spiralförmigen Rille (Groove) in der CD, durch unterschiedlich lange Vertiefungen (Pits) gespeichert, die sich mit einem Laser im CD-Player auslesen lassen. Zwischen den Rillen der Datenspirale bleibt ein ebenfalls spiralförmig angeordneter, erhöhter und reflektierender Steg (Land) stehen.

Um Informationen über die Dichte der Rillen bzw. den Rillenabstand oder der damit identischen Dichte der Stege bzw. den Stegabstand einer CD zu gewinnen, wird diese in einem Experiment mit monochromatischem Licht der Wellenlänge  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  bestrahlt.

- a) Beschreiben Sie das vorgeführte Experiment und stellen Sie die Intensitätsverteilung auf dem Schirm in einer Zeichnung dar.

Skizzieren Sie kurz ein Ihnen bekanntes Experiment, das ein entsprechendes Interferenzbild zeigt.

- b) Erklären Sie unter Nutzung einer sorgfältig angelegten Zeichnung qualitativ die Entstehung der Interferenzmaxima und der Bereiche schwacher Lichtintensität zwischen den Maxima.

### 6.2.1 Modelllösungen I. Aufgabe

- a) Die Versuchsbeschreibung erfolgt gemäß Bild 1. Dabei sollte deutlich werden, dass der Laserstrahl senkrecht auf die CD fällt. Bild 3 veranschaulicht die Intensitätsverteilung: Es zeigen sich scharf ausgeprägte Intensitätsmaxima (Hauptmaxima). Die Intensitätsverteilung entspricht der Intensitätsverteilung der Gitterbeugung mit kleiner Gitterkonstante.

- b) Die spiralförmig und sehr dicht angeordneten Rillen und die dazwischen liegenden Stege der CD bilden ein Reflexionsgitter. Das Interferenzmuster kommt dadurch zustande, dass gemäß Bild 2 an benachbarten Stegen reflektierte Wellenzüge gegeneinander phasenverschoben auf dem Schirm zur Interferenz kommen, wobei die Phasenverschiebung winkelabhängig ist. Die intensiven Maxima treten genau dann auf, wenn der Gangunterschied benachbarter Wellenzüge ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Wenn diese Bedingung nicht genau erfüllt ist, ist der 2. Wellenzug gegenüber dem ersten um einen Winkel  $\delta$  phasenverschoben, der dritte gegenüber dem ersten um  $2\delta$  usw. Weil wegen der Dichte der Stege die Anzahl der miteinander interferierenden Wellenzüge sehr groß ist, findet man bei nicht zu kleinem  $\delta$  zu jedem Wellenzug einen zweiten, mit dem er einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge hat und sich praktisch auslöscht.

beschriebene Seite der CD zum Schirm

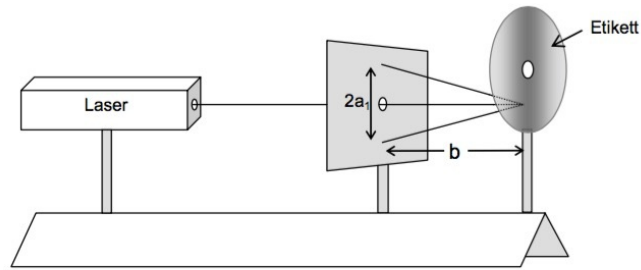


Bild 1

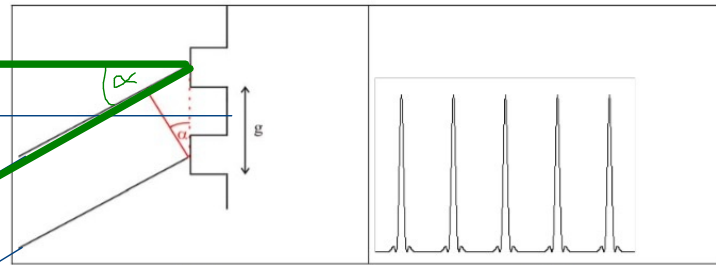
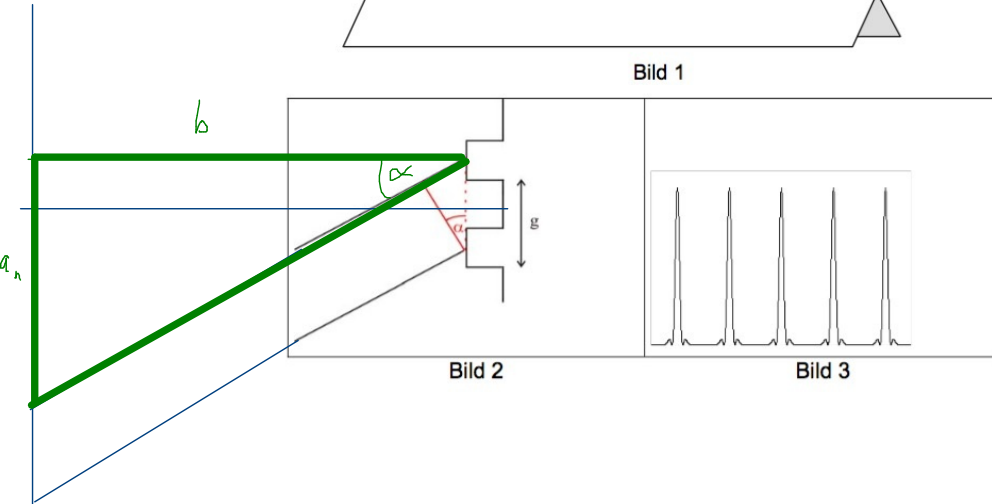


Bild 2

Bild 3



- c) Im Abstand  $a_n$  von der Mitte (vom Maximum 0. Ordnung) ist dann ein Maximum der Ordnung  $n$  zu beobachten, wenn die Bedingung

$$g = \frac{n \cdot \lambda}{\sin\left(\arctan\frac{a_n}{b}\right)}, \quad n \in \mathbb{N}_0, \text{ erfüllt ist.}$$

Dabei bezeichnen  $g$  den Stegabstand und  $b$  den Abstand des Schirms von der CD.

Leiten Sie diese Beziehung anhand einer Zeichnung begründet her und berechnen Sie mithilfe der Messwerte von  $a_1$  und  $b$  den Stegabstand  $g$  der CD.

- d) Wenn man eine CD in den Händen hält, fallen sofort die sichtbaren farbigen Spektren auf. Halten Sie die Ihnen zur Verfügung gestellte CD waagrecht mit dem Etikett in Richtung zum Fußboden, so dass das Licht der Deckenlampe (Leuchtstoffröhre) Spektren erzeugt. Kippen Sie die CD nun so zur Lampe hin, dass sich die Spektren gut beobachten lassen.

Beschreiben Sie die Farberscheinungen und erläutern Sie das Zustandekommen. Gehen Sie hierbei insbesondere auf die Reihenfolge der Farben ein. Ergänzen Sie Ihre Erläuterungen gegebenenfalls mit qualitativen Skizzen.

- c) Die Maxima kommen genau dann zustande, wenn der Gangunterschied benachbarter Wellenzüge ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist, d.h. wenn  $g \cdot \sin\alpha = n \cdot \lambda$  bzw.  $g = n \cdot \lambda / \sin\alpha$  ist. Der Winkel  $\alpha$  wiederum kann aus  $b$  und  $a_n$  berechnet werden:  $\tan\alpha = a_n/b$ . Auflösen nach  $\alpha$  und Einsetzen in die Berechnungsvorschrift für  $g$  liefert die in b) verlangte Beziehung.

Einsetzen der Messwerte  $b = 29,5 \text{ cm}$  und  $a_1 = 12,5 \text{ cm}$  in die unter b) entwickelte Berechnungsvorschrift liefert den Stegabstand  $1,62 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .  $g = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

DVD.  $b = 6,7 \text{ cm}, a_1 = 10 \text{ cm} \Rightarrow g = 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

- d) Beschreibung der Farberscheinungen: Die Farben ergeben sich aus der Spektralzerlegung des „weißen“ Lichtes der Leuchtstoffröhren im Physikraum. (Wenn möglich, sollte das Tageslicht abgeschirmt werden, da das Sonnenspektrum sich sonst überlagert.) Man erkennt ein einigermaßen kontinuierliches Spektrum, in dem allerdings die Übergänge zwischen einzelnen Farben bzw. Spektralbereichen deutlich schärfer aussehen als beim Licht einer Glühlampe bzw. beim Sonnenspektrum. Am Spektrum ist erkennbar, dass Blau weniger abgelenkt wird als Rot.

Begründungen für das Zustandekommen der beobachtbaren Farbbereiche: Die Aufspaltung beruht auf der unterschiedlichen Wellenlänge und der dadurch bedingten unterschiedlichen Beugung. Der mathematische Zusammenhang ergibt sich ähnlich wie in Teilaufgabe b). Längerwelliges (z. B. rotes) Licht wird stärker abgelenkt als kurzwelliges.





Teil- auf- gaben	Anforderung		Lösungsqualität		
			Anforderungs- bereich		
		<b>Der Prüfling</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
<b>I.a)</b>	1	beschreibt das vorgeführte Experiment.	3		
	2	zeichnet die Intensitätsverteilung.	2		
	3	stellt ein Experiment mit analogem Interferenzbild dar.		3	
		<b>Summe Teilaufgabe I.a)</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>0</b>
		<b>Der Prüfling</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
<b>I.b)</b>	1	zeichnet die Wellenzüge am „Reflexionsgitter“ der CD.	2		
	2	deutet das Interferenzmuster.		2	
	3	erklärt das Zustandekommen der Maxima.		2	
	4	begründet die destruktive Interferenz zwischen den Maxima.		3	
		<b>Summe Teilaufgabe I.b)</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	<b>0</b>
		<b>Der Prüfling</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
<b>I.c)</b>	1	leitet die Beziehung für den Stegabstand begründet her.		4	
	2	berechnet den Stegabstand.	2		
		<b>Summe Teilaufgabe I.c)</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>0</b>
		<b>Der Prüfling</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
<b>I.d)</b>	1	beschreibt seine Beobachtungen an der CD.	3		
	2	begründet die beobachteten Farbbereiche.		3	
	3	stellt qualitative Ergänzungen dar.			2
		<b>Summe Teilaufgabe I.d)</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>2</b>
		<b>Summe Teilaufgabe I.a) – I.d)</b>	<b>12</b>	<b>17</b>	<b>2</b>