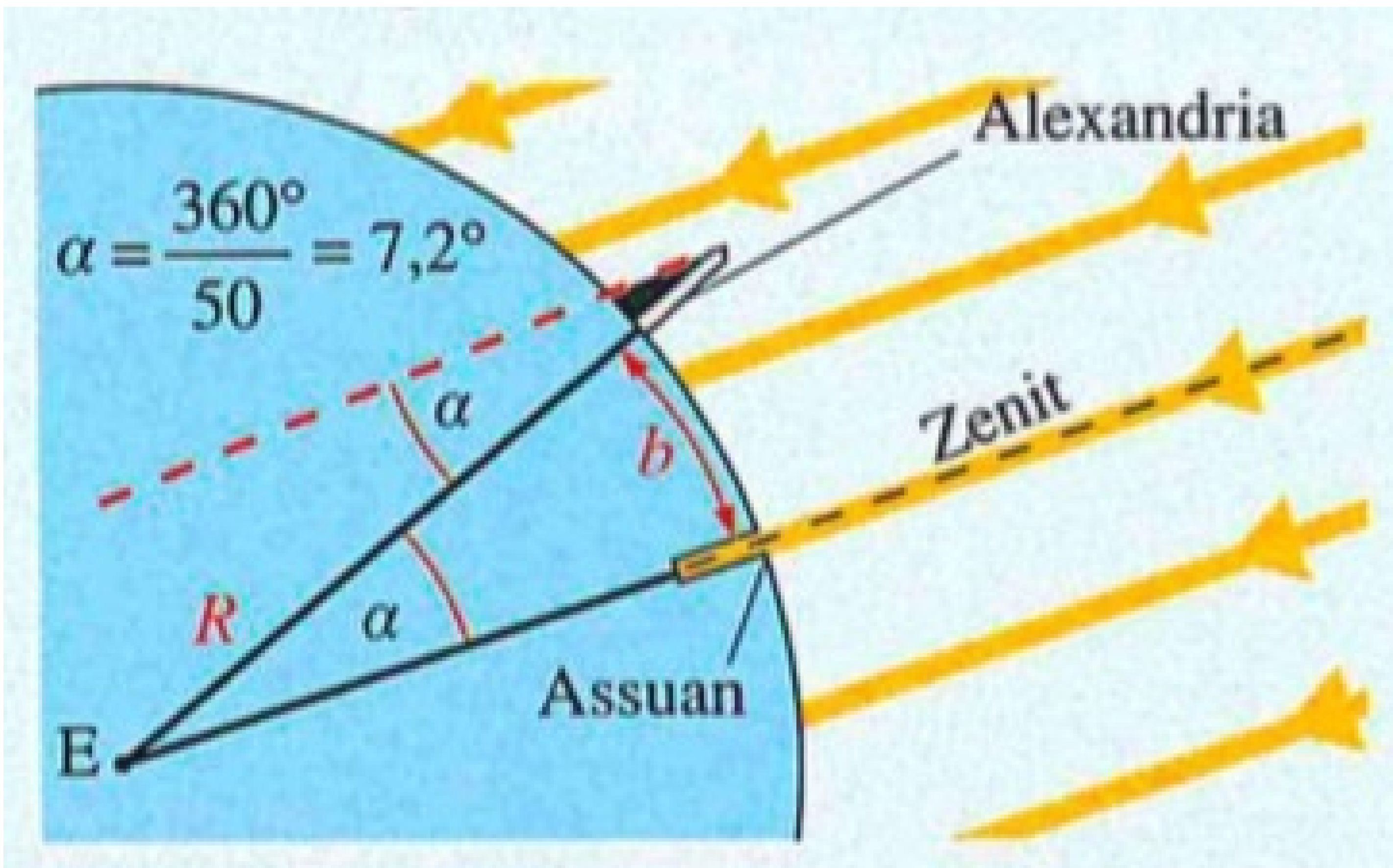
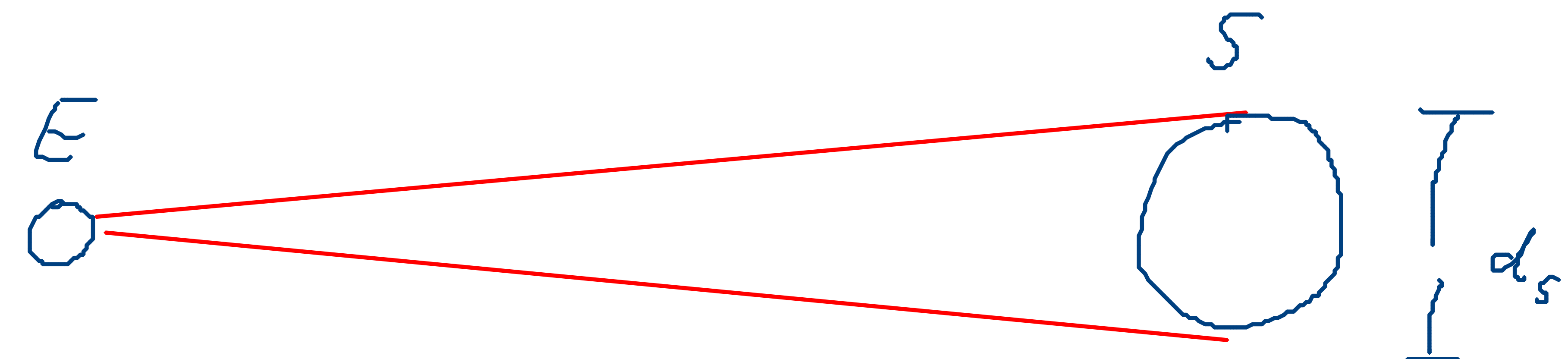
EF Ph G1 2015/16

Gravitation und Planetenbewegung



Warum sind die Lichtstrahlen nahezu parallel?

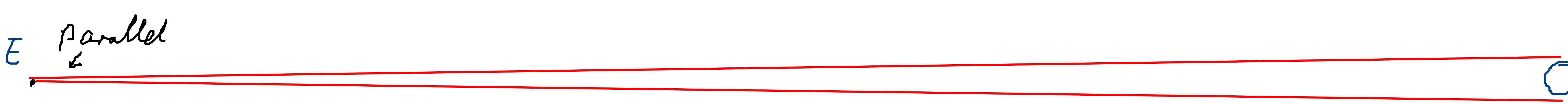


$d_s \approx 1{,}5$ Mio km

1 AE

1 AE $= 8$ Lmin $= 8 \cdot 60 \cdot 300000$ km ≈ 150 Mio km

Der Realität besser entsprechend:



Das Newtonsche Gravitationsgesetz

S.106-108 lesen
S.108 A2-4 (Möglichkeit der Abgabe in Moodle)

Merksatz

Newtonsches Gravitationsgesetz:
Alle Körper üben aufeinander Gravitationskräfte aus. Zwei kugelsymmetrische Körper der Masse m und M, deren Mittelpunkte voneinander den Abstand r haben, ziehen sich mit der Gravitationskraft F an:

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2}.$$

Merksatz

Der Proportionalitätsfaktor im Gravitationsgesetz heißt **Gravitationskonstante** γ und hat den Wert

$$\gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}.$$

Er stellt eine universelle Konstante dar.

Umlaufbahnen

In ca. 400 km über der Erdoberfläche bewegt sich die ISS nahezu auf einer Kreisbahn um die Erde. *(Masse der Erde ≈ $6 \cdot 10^{24}$ kg, Radius ≈ 6370 km)*
Berechne die Umlaufdauer!

$$F_Z = F_G \Leftrightarrow \cancel{m}\,\omega^2 r = \gamma \frac{\cancel{m} M}{r^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\gamma M}{r^3} \Leftrightarrow \frac{4\pi^2}{\gamma M} r^3 = T^2$$

$$\Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{\gamma M}} = 5530\,s = 92\,min$$

m = ISS-Masse

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

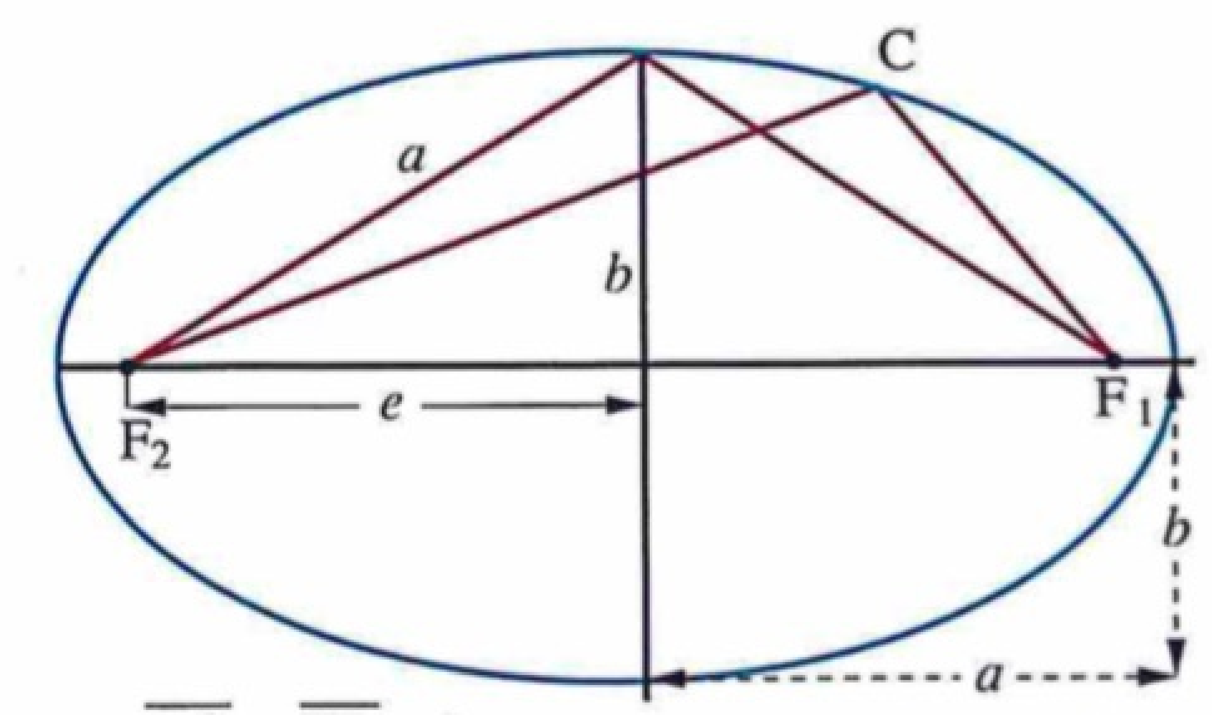
$$\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$$

In welcher Höhe muss sich ein Satellit befinden, damit er stationär über dem Äquator steht?

Die Kepler-Gesetze

Ellipsen:
a = große Halbachse
b= kleine Halbachse
e = lineare Exzentrizität
ε ("epsilon")= numerische Exzentrizität = e/a

(Ein Kreis ist eine Sonderform der Ellipse mit a=b, e=0, ε=0, bei der also die Brennpunkte zusammenfallen.)



$\overline{F_2C} + \overline{CF_1} = 2a$ $a^2 = e^2 + b^2$

B1 Gärtnerkonstruktion einer Ellipse

Erstes KEPLER-Gesetz: Trabanten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt der Zentralkörper (z. B. Sonne) steht.

Zweites KEPLER-Gesetz *(Flächensatz):* Der Fahrstrahl Trabant – Zentralkörper überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Drittes KEPLER-Gesetz: Die Quadrate der Umlaufdauern T_1 und T_2 zweier Trabanten um den gleichen Zentralkörper verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen a_1 und a_2:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}; \quad \text{allgemein} \quad \frac{a^3}{T^2} = C.$$

1) **A6** Der halleysche Komet hat eine Umlaufdauer von 75,6 Jahren. Die Entfernung zur Sonne beträgt im Perihel $8{,}5 \cdot 10^7$ km. Wie groß ist seine Entfernung im Aphel?

2) *Berechne die geostationäre Bahn (s. zwei Seiten vorher).*

Abgabe in Moodle möglich

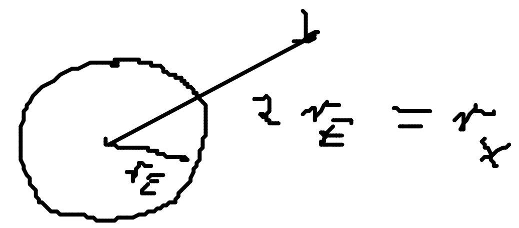
A2 In welcher Höhe über dem Erdboden erfährt ein Kilogrammstück die Gewichtskraft 1/4 · 9,8 N? Berechnen Sie die Fallbeschleunigung in den Höhen $2R$, $10R$ über dem Boden (R: Erdradius).

A3 Schätzen Sie aus den Bahndaten der Erde die Masse der Sonne ab.

A4 Die Umlaufdauer der Mondfähre im Abstand $r = 1848$ km vom Mondmittelpunkt war $T = 7130$ s. Ermitteln Sie die Mondmasse M_M. Welcher Ortsfaktor gilt für die Mondoberfläche, wenn der Mondradius $r_M = 1738$ km beträgt?

A2) $F_G = \gamma \frac{m M}{r^2} = m \cdot g$

$= g$



$F_{G,x} = \frac{1}{4} F_G$

$$\Rightarrow \frac{F_{G,x}}{F_G} \overset{!}{=} \frac{1}{4} = \frac{\frac{\gamma m M}{r_x^2}}{\frac{\gamma \cdot m \cdot M}{r_E^2}} = \frac{r_E^2}{r_x^2}$$

$$\Rightarrow r_x^2 = 4 r_E^2 \Rightarrow r_x = \sqrt{4 r_E^2} = 2 r_E \Rightarrow h = r_E = 6340 \text{ km}$$

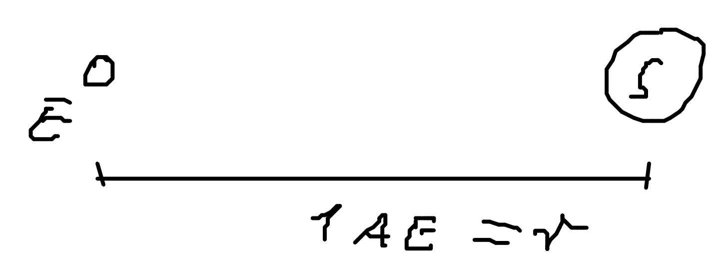
$(\approx R)$

$g = 9{,}81\ m/s^2$, $g(2R) = ? = \gamma \cdot \frac{M}{(3R)^2} = \frac{1}{9} \cdot 9{,}81\ m/s^2$

$g(10R) = \gamma \frac{M}{(11R)^2} = \frac{1}{121} \cdot 9{,}81\ m/s^2$

A3) $1\ AE \approx 150$ Mio km

$F_Z = F_G \Leftrightarrow m \omega^2 r = \gamma \frac{m M}{r^2}$



$\Leftrightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{r^3}{\gamma} = M$

$= 2 \cdot 10^{30}$ kg

A4) $F_Z = F_G \Leftrightarrow m \omega^2 r = \gamma \frac{m M}{r^2}$

$\Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} r^3/\gamma = M = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg

$g_M = \gamma \frac{M}{r_M^2} = 1{,}62\ m/s^2$