EF Ph G1 2015/16

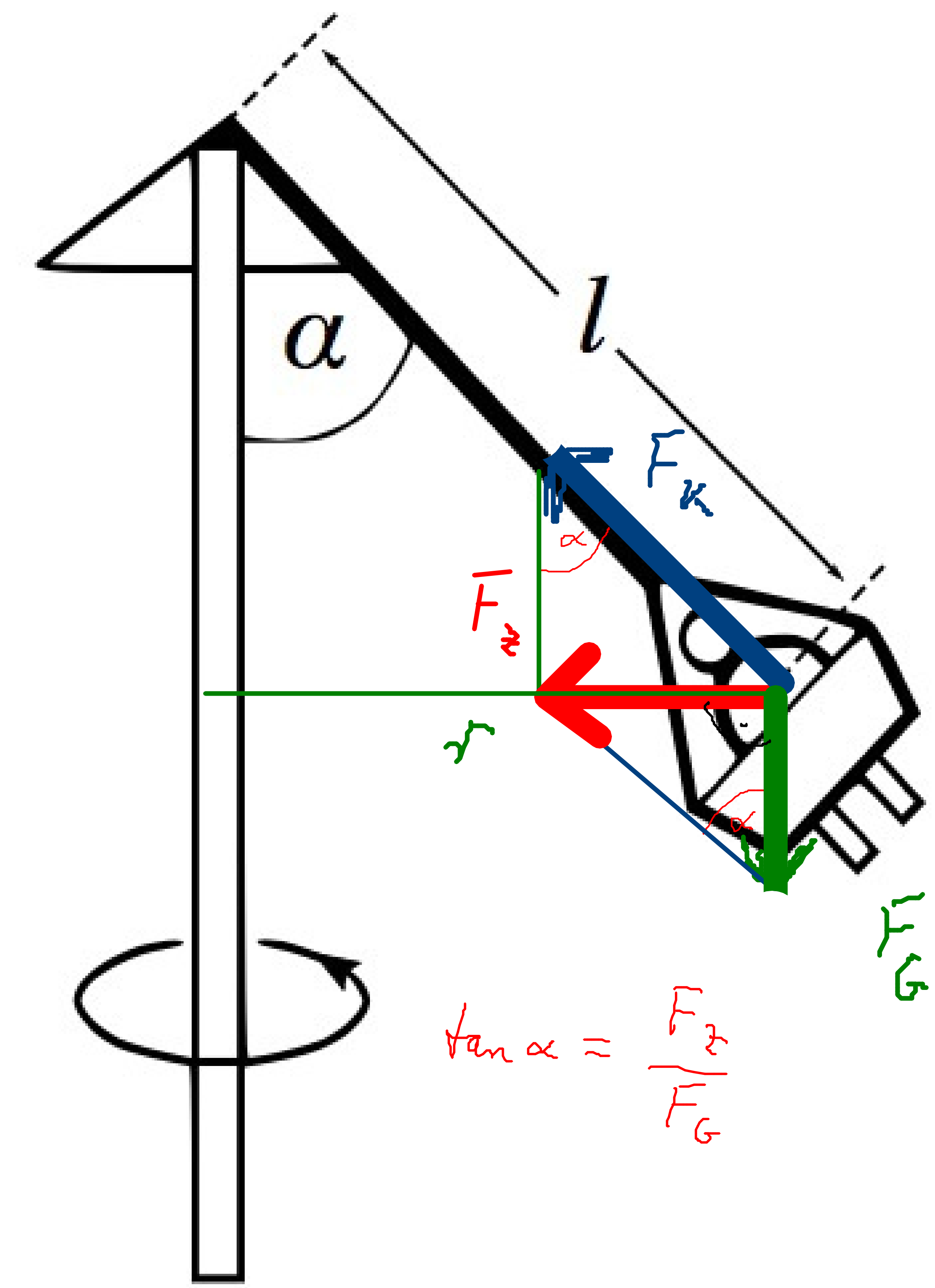
Kettenkarussell

Ein Kettenkarussell dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Die Länge der Kette (bis zum Körperschwerpunkt) sei $l = 15\mathrm{m}$. Die Weite des Winkels zwischen der Drehachse und der Kette sei $\alpha = 56^\circ$. Der Mann auf dem Karussell hat die Masse $75\mathrm{kg}$.

a. Zeichne in die nebenstehende Skizze die äußeren Kräfte und deren Resultierende ein.

Charakterisiere diese Kräfte kurz.

b. Berechne mit Hilfe des Kräftediagrammes die Bahngeschwindigkeit des Mannes.



$$r = l \cdot \sin\alpha$$

$$F_z = m \frac{v^2}{r}$$

$$= F_G \cdot \tan\alpha = m \cdot g \cdot \tan\alpha$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{g \cdot \tan\alpha \cdot l \cdot \sin\alpha}$$

$$= 13{,}45 \ \mathrm{m/s}$$

HA (Möglichkeit der Abgabe in Moodle):

S. 100f lesen
S. 101/A1,2

Berechnung der Haftreibung [Bearbeiten | Quelltext bearbeiten]

Da die Haftreibung stark von Materialeigenschaften und Oberflächenbeschaffenheit abhängt kann sie nur in grober Näherung durch einfache physikalische Gesetzmäßigkeiten beschrieben werden. Danach ist die maximale Haftreibung $F_H^{krit.}$ proportional zu der Normalkraft F_N und unabhängig davon, wie groß die Kontaktfläche A ist. Die Normalkraft ist die Kraft, die senkrecht zur Kontaktfläche, der Anpresskraft (in nebenstehender Abbildung beispielsweise die Gewichtskraft F_G) entgegenwirkt. Somit gilt:

$$\left|\vec{F}_H^{krit.}\right| = \mu_H \cdot \left|\vec{F}_N\right|$$

heißt im Buch f_h

Die Proportionalitätskonstante μ_H wird *Haftreibungskoeffizient*[1] oder *Haftreibungszahl*[2] genannt, siehe im Artikel Reibungskoeffizient für tabellierte Werte und weitere Details. Bei zunehmendem Anpressdruck steigt die übertragbare Scherspannung nur bis zur Fließgrenze an.

Kurvenfahren ohne Überhöhung, nur Reibung:

Die Gewichtskraft wirkt zudem nicht in Richtung auf den Kreismittelpunkt. Von der Haftkraft wissen wir, dass sie einen maximalen Wert $F_{h,max}$ besitzt. Der Stopfen bleibt also liegen, solange $\boldsymbol{F_z \leq F_{h,max}}$ ist. Es gilt:

$$F_{h,max} = f_h \cdot F_N = f_h \cdot m \cdot g, \text{ da hier } F_N = G \text{ ist.}$$

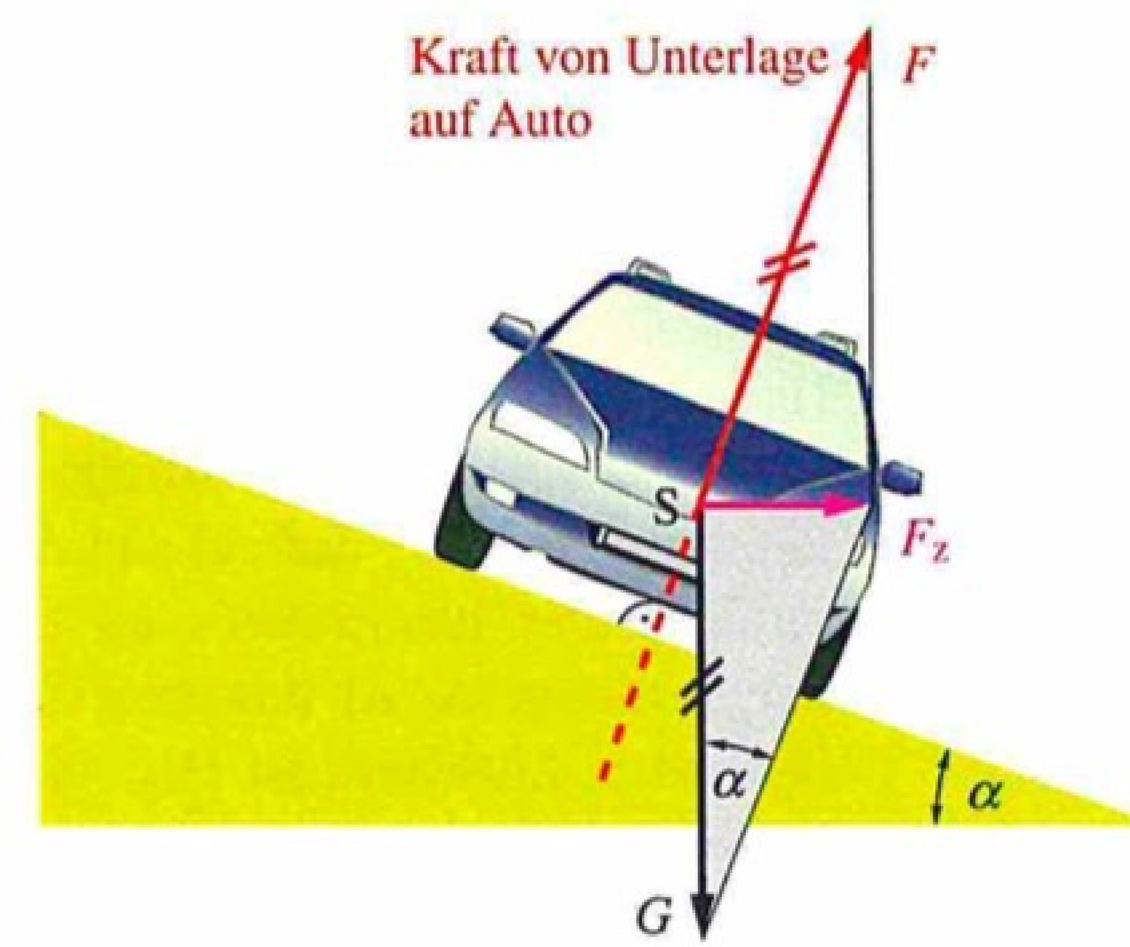
Aus $F_z \leq F_{h,max}$ folgt:

$$\frac{mv^2}{r} \leq f_h mg \quad \text{oder} \quad v \leq \sqrt{f_h g r}.$$

Kurvenfahren mit Überhöhung, ohne Reibung:

Aus dem grauen Dreieck in → **B2** folgt die Betragsgleichung:

$$\tan\alpha = \frac{F_z}{G} = \frac{mv^2}{rmg} \Rightarrow v = \sqrt{rg\tan\alpha}.$$



B2 Ein Auto durchfährt ohne Reibung eine überhöhte Kurve (Schnittbild).

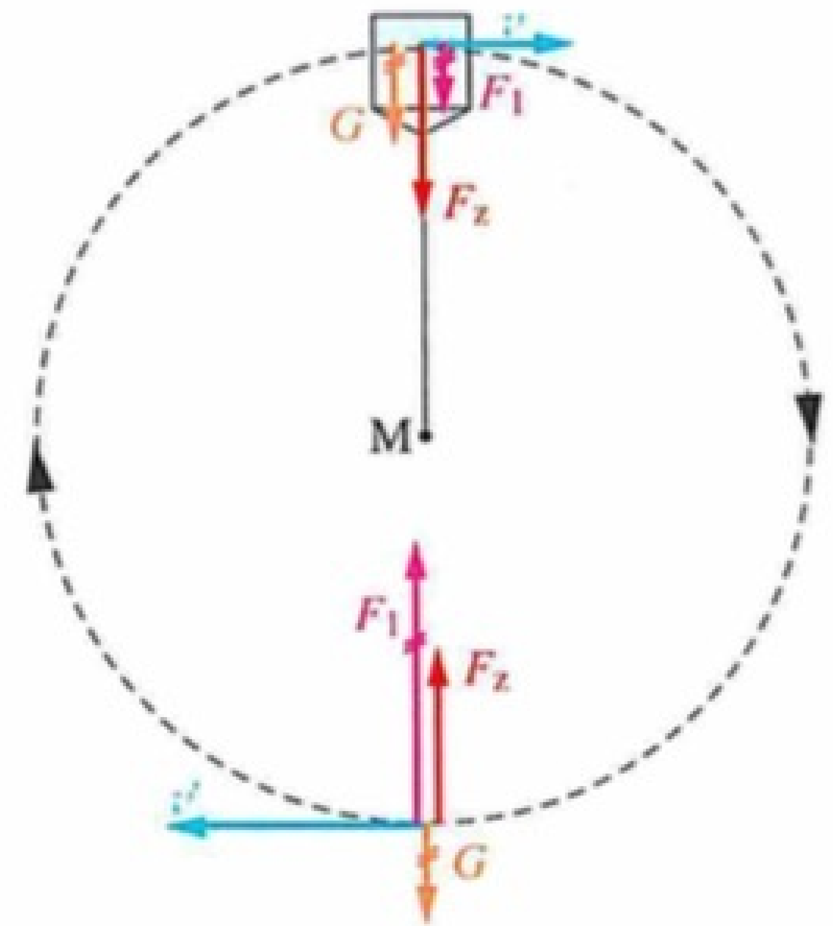
Die Loopingbahn

Lest S. 102f und löst die Aufgabe S.103/A3

Damit die Büchse samt dem in ihr befindlichen Wasser auf einem Kreis läuft, muss sie andauernd in Richtung auf den Kreismittelpunkt beschleunigt werden, also fortwährend auf M zu „fallen". Die dazu notwendige Zentripetalbeschleunigung a_z wächst mit der Drehfrequenz.

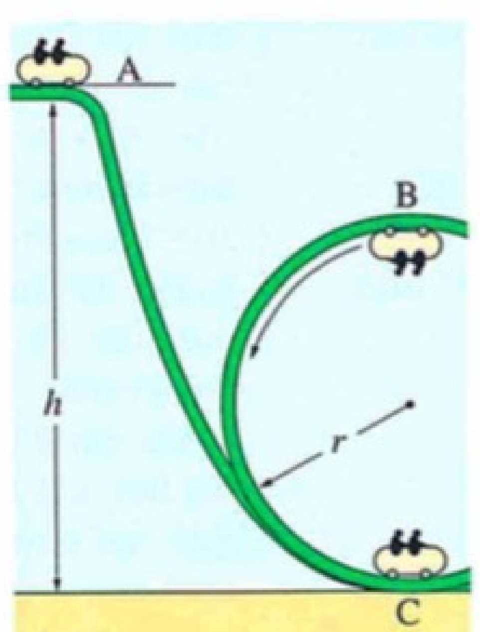
Macht man diese so groß, dass $a_z = g$ ist, so wird im höchsten Punkt der Bahn die zur Kreisbewegung notwendige Zentripetalbeschleunigung gerade vom freien Fall geliefert. Man muss in diesem Augenblick überhaupt nicht an der Schnur ziehen: Büchse und Wasser fallen beide „von selbst" mit dem richtigen Betrag der Zentripetalbeschleunigung $a_z = g$ auf den Mittelpunkt zu.

Bei größerer Drehfrequenz ist $a_z > g$: Jetzt muss man also die wassergefüllte Büchse der Masse m im obersten Punkt der Bahn noch mit der zusätzlichen Kraft $F_1 = m(a_z - g) = F_z - G$ nach unten ziehen. – Im tiefsten Punkt des vertikalen Kreises hat die Kraft den Betrag $F_1 = F_z + G$. Man muss nämlich G das Gleichgewicht halten und zusätzlich die Zentripetalkraft F_z aufbringen.



V2 Wir schleudern eine mit Wasser gefüllte Blechbüchse an einer Schnur in einem vertikalen Kreis. Im obersten Punkt der Kreisbahn zeigt die Öffnung der Büchse nach unten. Trotzdem fließt bei nicht zu langsamem Kreisen kein Wasser aus.

Der Wagen (Masse mit Fahrgast $m = 150$ kg; der Wagen hat keinen Motor) durchläuft die skizzierte Loopingbahn ohne Reibung. Er startet bei A aus der Ruhe. **a)** Aus welcher Höhe muss er mindestens losfahren, damit er im Kreis ($r = 5$ m) bei B nicht herabfällt? **b)** Welche Kraft übt der Wagen im Punkt C in dem Augenblick auf die Schiene aus, in dem er in die Kreisbahn eingefahren ist, wenn er aus der Grenzhöhe der Teilaufgabe a) losfährt?



Lösung:

a) Damit der Wagen in B nicht herabfällt, muss dort $F_z \geq G$ sein. Daraus folgt für die notwendige Geschwindigkeit v_B im Punkt B:

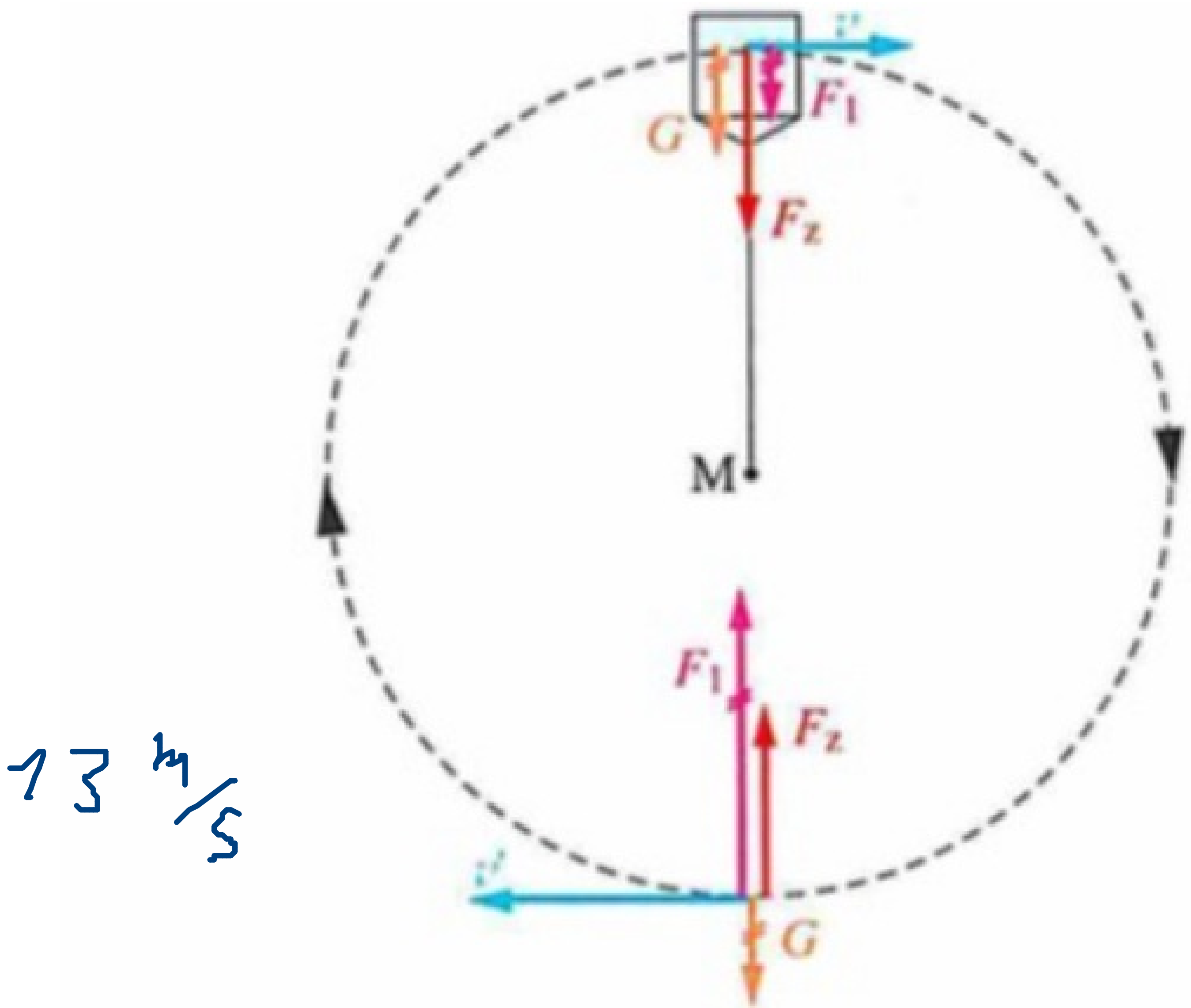
$$m v_B^2 / r \geq mg \Rightarrow v_B \geq \sqrt{rg}. \quad (1)$$

A3 Eine Milchkanne wird in einem vertikalen Kreis mit $r = 1{,}0$ m geschwungen **→ V2**. **a)** Wie groß muss die Geschwindigkeit im höchsten Punkt sein, damit keine Milch ausläuft? **b)** Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Kanne im tiefsten Punkt, wenn der Schleudernde keine Energie zuführt. **c)** Mit welcher Kraft muss er die Kanne ($m = 2{,}0$ kg) im höchsten bzw. im tiefsten Punkt halten?

a) $F_Z \geq F_G$

$\Leftrightarrow \quad m \frac{v^2}{r} \geq m g$

$\Leftrightarrow \quad v^2 \geq g r \quad \Rightarrow v \geq \sqrt{g r} = 3{,}13 \, m/s$



b) zusätzl. durch frein Fall: v_+

Fallhöhe: $2 \cdot r$

$m \cdot g \cdot 2r = \frac{1}{2} m v_+^2$

$\Rightarrow v_+ = \sqrt{4 g r} = 6{,}3 \, m/s$

$\Rightarrow v_u = v + v_+ = 9{,}43 \, m/s$

c) oben: theoretisch $F_1 = 0$

unten: $F_1 = F_Z + F_G = m \frac{v_u^2}{r} + m g \approx 40 \, N$

S. 101

A1 Berechnen Sie, bei welcher Drehfrequenz f in **→ V1** ein Körper ($m = 30$ g) wegfliegt, der 20 cm von der Achse der Scheibe entfernt liegt ($f_h = 0{,}4$)? Würde er bei $v = 1{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ liegen bleiben? Wie ändert sich das Ergebnis mit m?

A2 **a)** Wie schnell darf ein Auto in einer nicht überhöhten Kurve ($r = 100$ m) höchstens fahren, wenn es bei $f_h = 0{,}4$ nicht rutschen soll?

b) Mit welcher Geschwindigkeit muss eine mit $\alpha = 5{,}7°$ überhöhte Kurve ($r = 100$ m) durchfahren werden, sodass keine Haftkräfte quer zur Fahrtrichtung zwischen Rädern und Straße auftreten?

A1) ges.: f, bei der $F_z > F_h$

prüfen: • $v = 1\ \mathrm{m/s} \Rightarrow F_z < F_h$

• m-Abhängigk.?

geg.: $m = 30\ \mathrm{g}$, $r = 0{,}2\ \mathrm{m}$, $f_h = 0{,}4$

$$F_z = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$m\omega^2 r > f_h \cdot m g$$

$$\Leftrightarrow \quad \omega^2 > \frac{f_h \cdot g}{r} \Rightarrow \omega > \sqrt{f_h g / r}$$

$$\Rightarrow f > \frac{1}{2\pi}\sqrt{f_h g / r} = \underline{\underline{0{,}7\ \mathrm{Hz}}}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$$

$$\left.\begin{aligned} F_z(1\ \mathrm{m/s}) &= m\frac{v^2}{r} = 0{,}15\ \mathrm{N} \\ F_h &= f_h m g = 0{,}118\ \mathrm{N} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{K. fliegt weg}$$

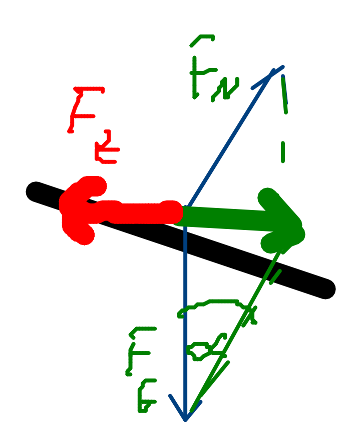
m-unabhängig, weil sowohl F_z als auch F_h sind proportional zu m, d.h. m kürzt sich heraus.

A2) a) ges.: v, bei der $F_z = F_h$

$$v = \sqrt{f_h g r} = 19{,}8\ \mathrm{m/s} = 71\ \mathrm{km/h}$$

b)

Durch die Überhöhung erfährt das Auto eine resultierende Kraft zum Kurveninnern: $F_ü$
Wenn $F_z = F_ü$ ist, wirkt keine Querkraft:



$$F_ü = F_G \cdot \tan\alpha$$

$$m\frac{v^2}{r} = m g \tan\alpha$$

$$\Leftrightarrow \quad v = \sqrt{g r \tan\alpha} \approx 9{,}9\ \mathrm{m/s}$$