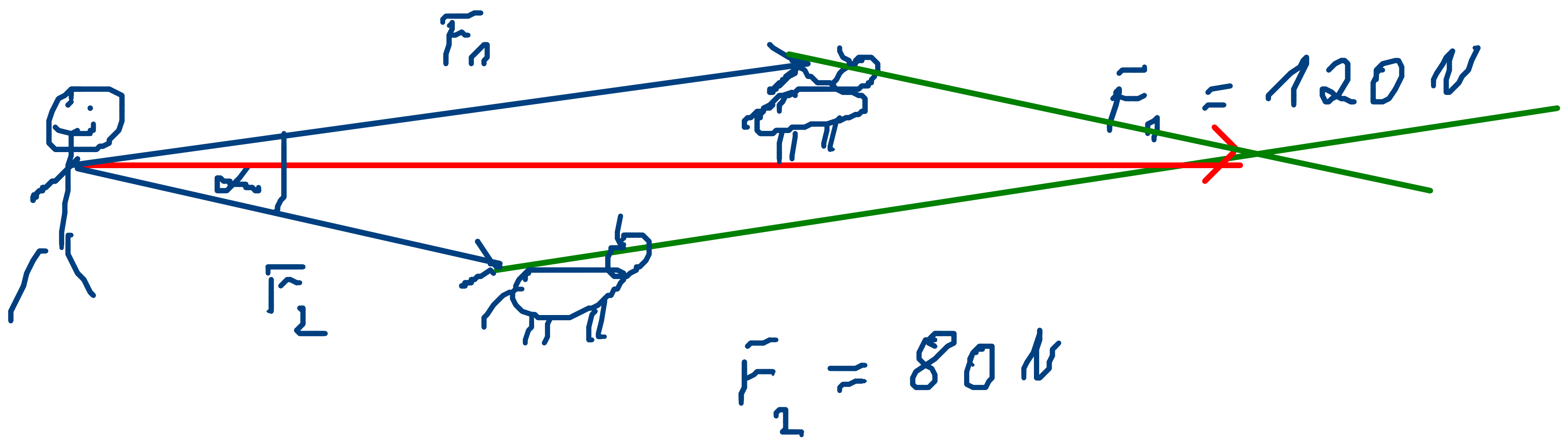
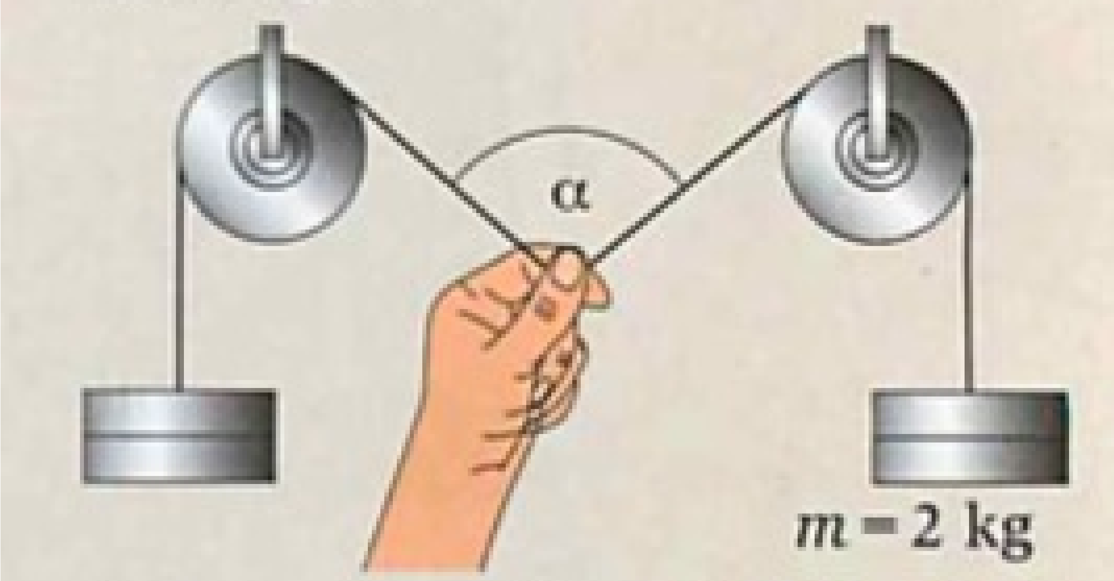
10Ph4_14_15_1252

Vektoren

Addition und Zerlegung von Kräften - Kräfteparallelogramme

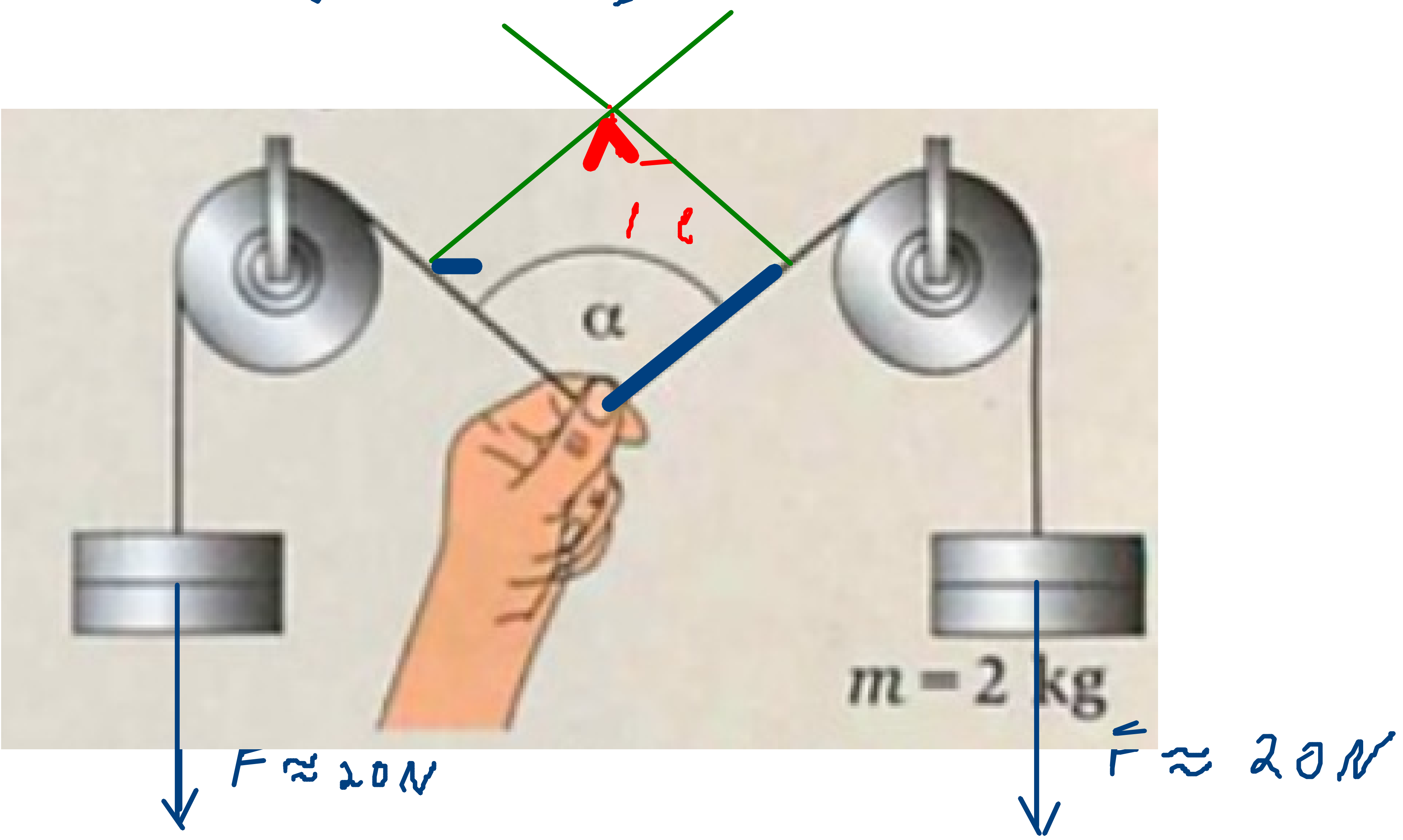


1. Maßstab, z.B. $1\,cm \hat{=} 10\,N$
2. Kräfteparallelogramm
3. Diagonale messen
4. mit Maßstab umrechnen

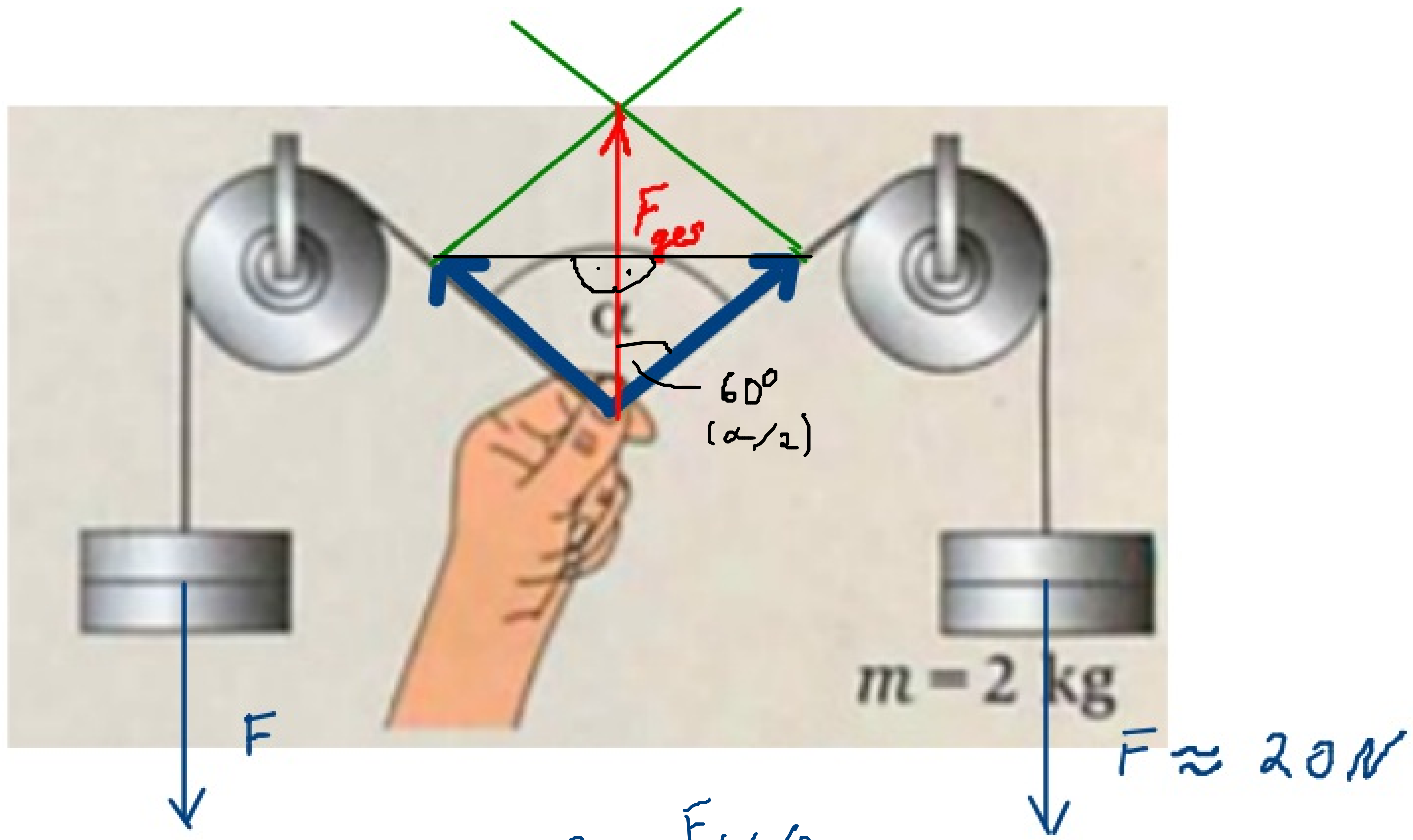


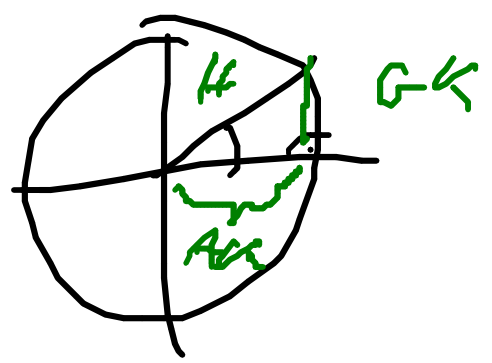
a) Diskutieren Sie, welche Kraft sie im Lauf der Zeit spürt.
b) Welche Kraft müsste sie bei sehr langem Band maximal aufbringen? Zeichnen Sie die Situation und begründen Sie die Antwort.
c) Bestimmen Sie durch zeichnerische Konstruktion die aufzuwendende Kraft für einen Winkel von $\alpha = 120°$.

$F = m \cdot g \quad , g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$



Alternative Methode mit Hilfe der Trigonometrie (sin/cos):





$$\cos\alpha = \frac{AK}{H}$$

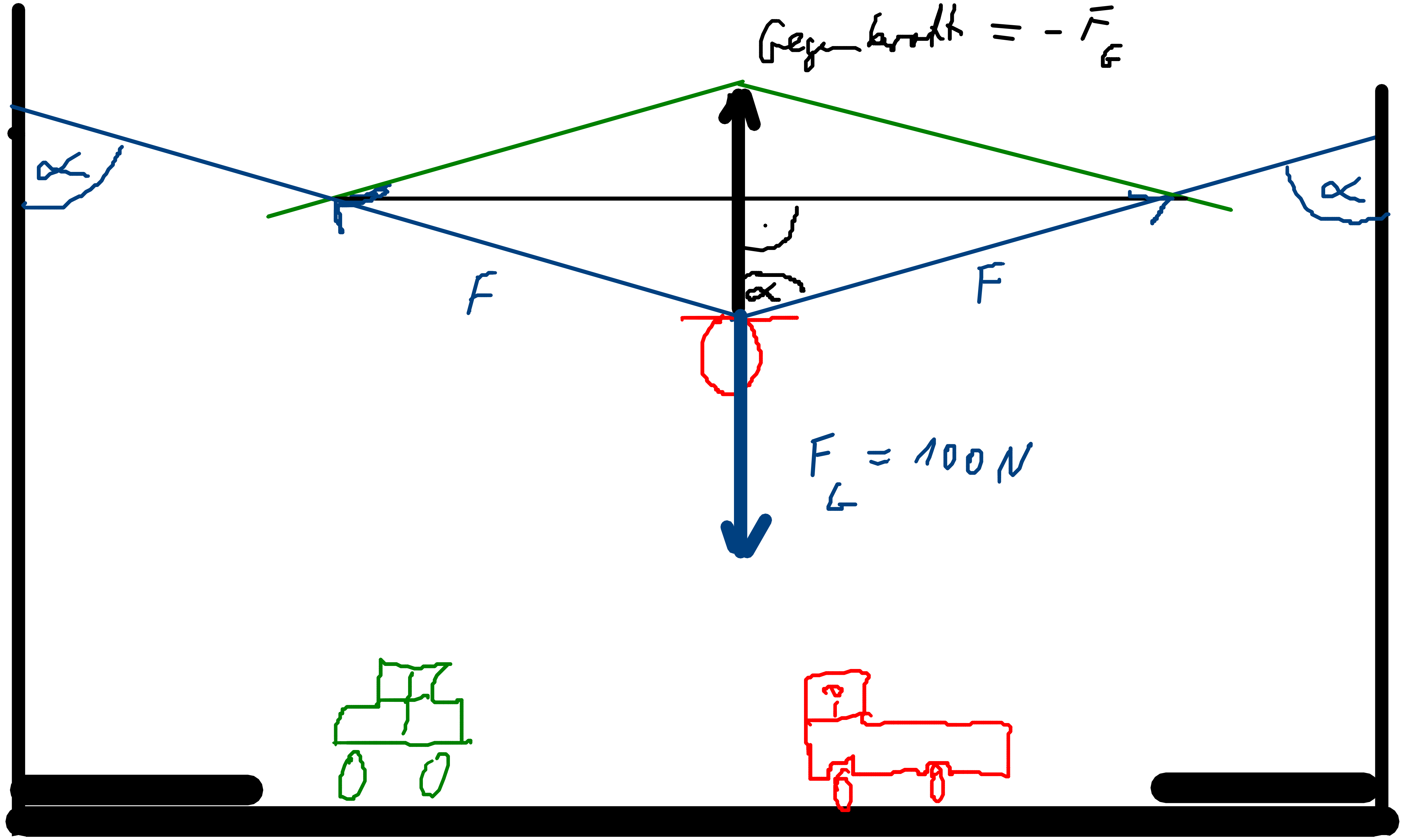
$$\sin\alpha = \frac{GK}{H}$$

α in °	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$
0	$0 = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{0}$	1
30	$\frac{1}{2}\sqrt{1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
45	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
60	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{1}$
90	$1 = \frac{1}{2}\sqrt{4}$	0

$$\cos 60° = \frac{F_{ges}/2}{F}$$

$$\Leftrightarrow \quad F_{ges} = 2\cdot F\cdot\cos 60° \quad \text{oder allg.} \quad \underline{\underline{F_{ges} = 2\cdot F\cdot\cos\frac{\alpha}{2}}}$$

Bsp.: $= 2\cdot 20\,N\cdot\frac{1}{2} = 20\,N$



$$F = \frac{1}{2}\, F_G / \cos\alpha$$

$$\left[\cos\alpha = \frac{F_G/2}{F}\right]$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{F_G}{2\cdot\cos\alpha} = F$$

Grenzfälle: - kleines $\alpha \Rightarrow \cos\alpha$ geht gg. $1 \Rightarrow F$ geht gg. $\frac{F_G}{2}$

- $\alpha \to 90° \Rightarrow \cos\alpha \to 0 \Rightarrow F \to \infty$

Bsp.: $\alpha = 70° \Rightarrow F = 146\,N$

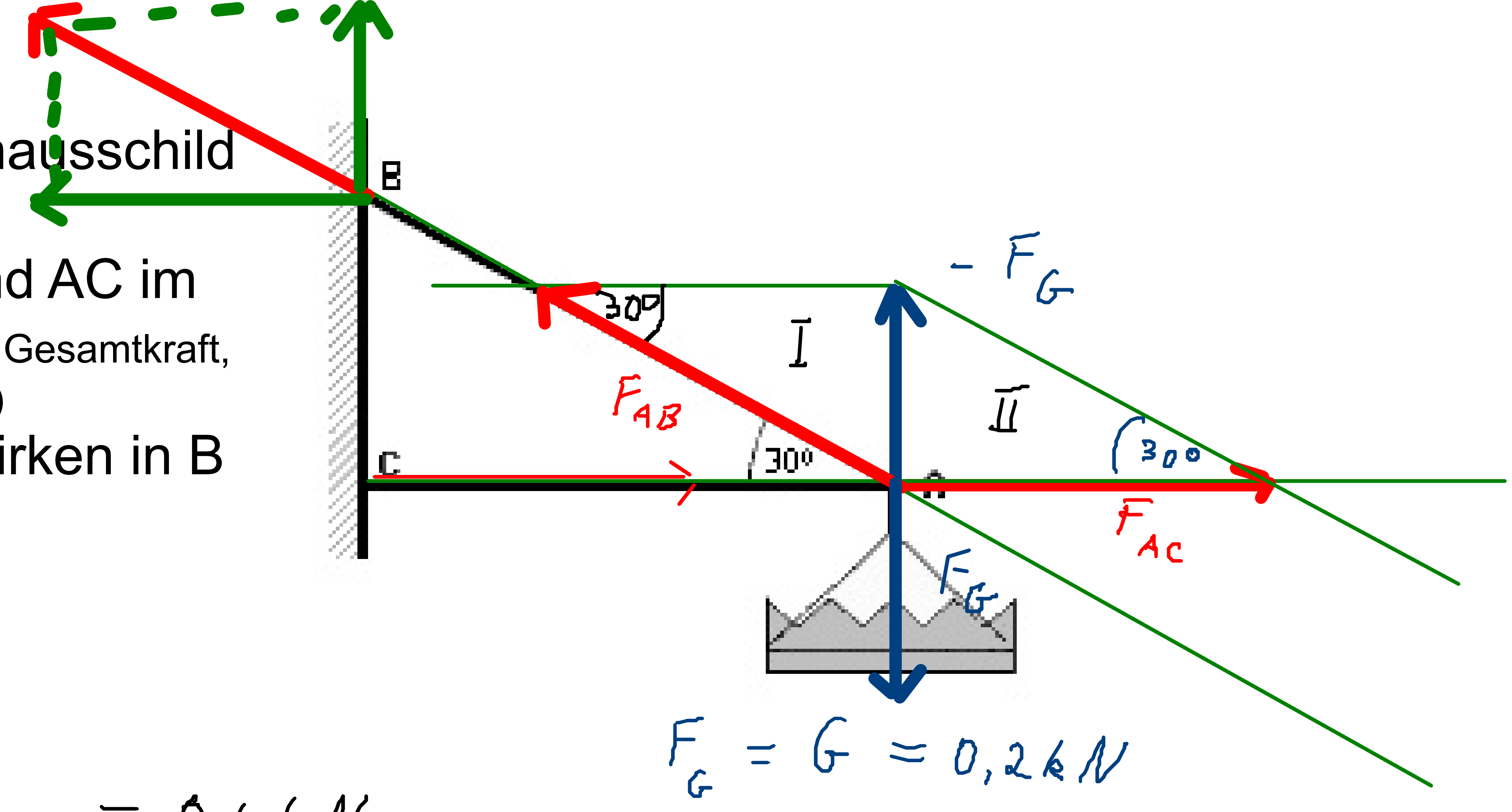
$\alpha = 80° \Rightarrow F = 288\,N$

$\alpha = 89° \Rightarrow F = 2865\,N$

Eine Krone (G = 0,20 kN) hängt als Wirtshausschild an der skizzierten Stabverbindung.

a) Welche Kräfte müssen die Stäbe AB und AC im Punkt A aufbringen? (Tipp: Skizziere zunächst die Gesamtkraft, die G entgenwirkt, sodass die Krone in der "Schwebe" ist.)

b) Welche Kräfte (Betrag und Richtung) wirken in B und C auf die Wand?



in Dreieck I : $\sin 30^\circ = \frac{F_G}{F_{AB}}$

$$\Leftrightarrow F_{AB} = \frac{F_G}{\sin 30^\circ} = 0{,}4\,kN = 400\,N$$

in Dreieck II : $\tan 30^\circ = \frac{F_G}{F_{AC}}$

$$\Leftrightarrow F_{AC} = \frac{F_G}{\tan 30^\circ} = 346\,N$$

Gleichförmige Bewegung

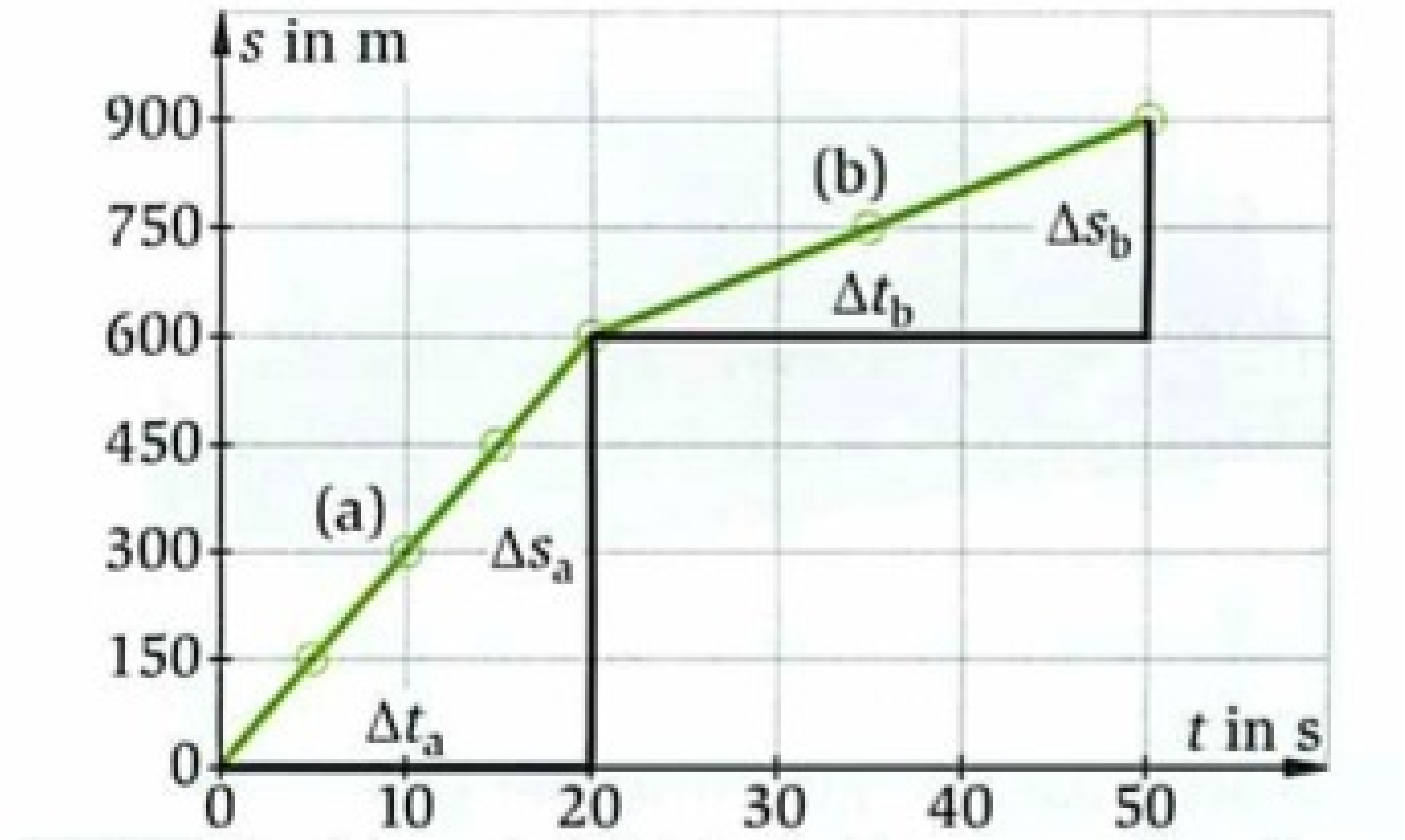
t-s- und t-v-Diagramme

Geschwindigkeiten in den Phasen

(a) $v = \frac{300\,m}{10\,s} = 30\,\frac{m}{s}$

(b) $v = \frac{900\,m - 600\,m}{50\,s - 20\,s} = \frac{300\,m}{30\,s} = 10\,\frac{m}{s}$

allg.: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ (Δ: Differenz)



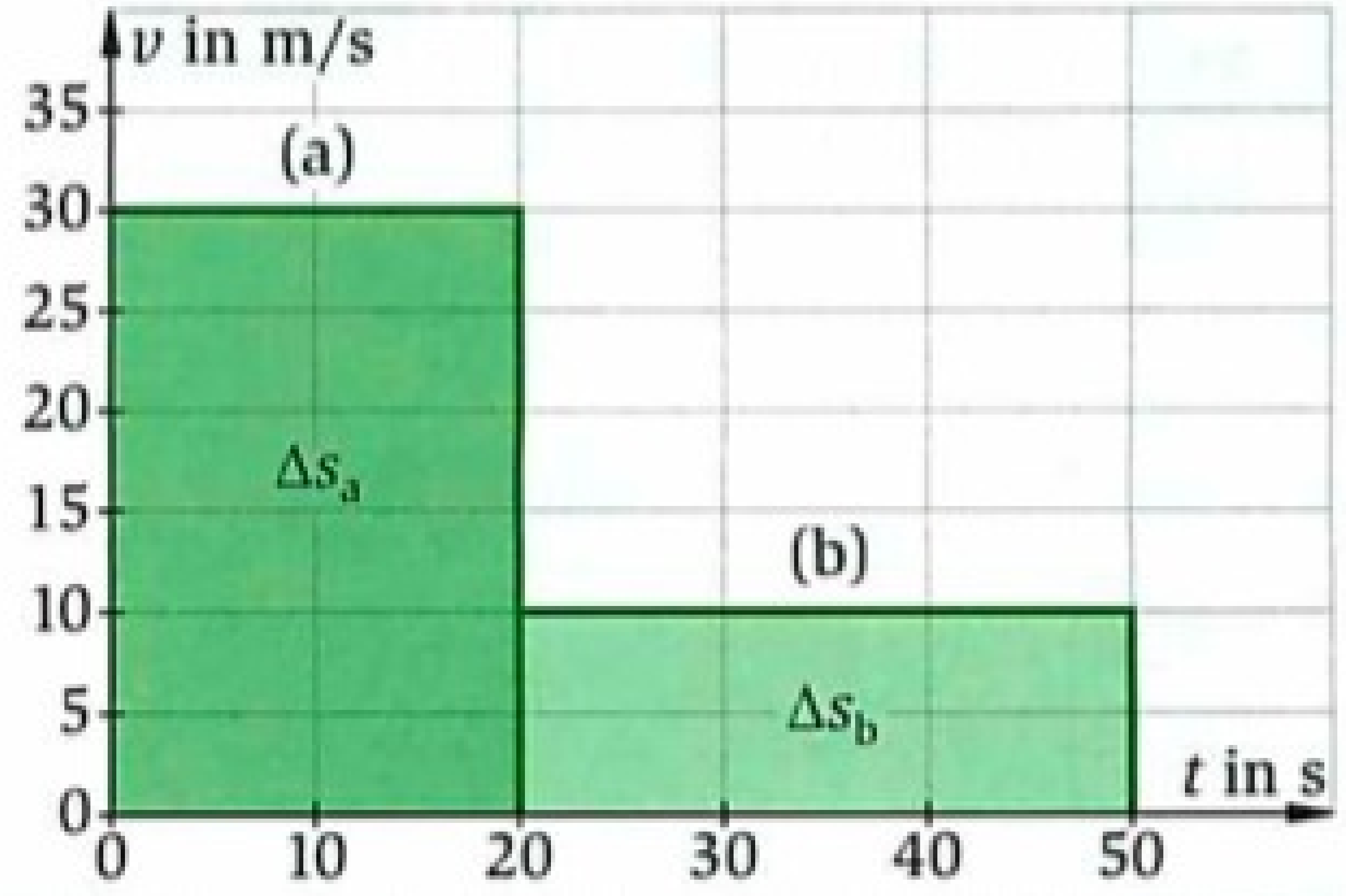
Merksatz

Die Geschwindigkeit v einer gleichförmigen Bewegung ist die Steigung der Geraden im t-s-Diagramm:

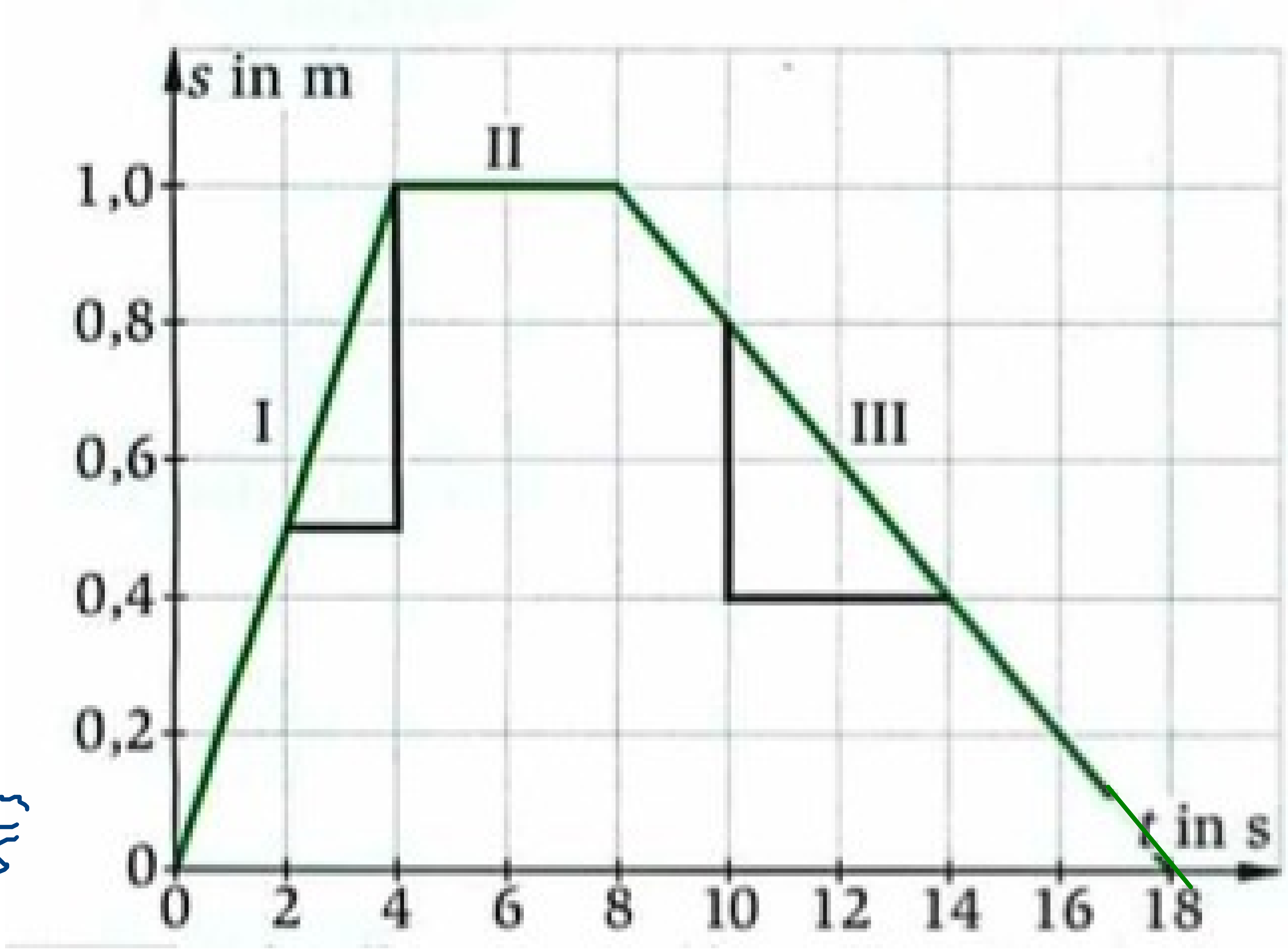
$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}; \text{ Kurzschreibweise: } v = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Der zurückgelegte Weg ist die Fläche zwischen t-v-Graph und t-Achse:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t.$$



Bestimme die Geschwindigkeiten in den einzelnen Phasen:



$$v_{I} = \frac{1\,m - 0,5\,m}{4\,s - 2\,s} = 0,25\,\frac{m}{s}$$

$$v_{II} = \frac{1\,m - 1\,m}{8\,s - 4\,s} = 0\,\frac{m}{s}$$

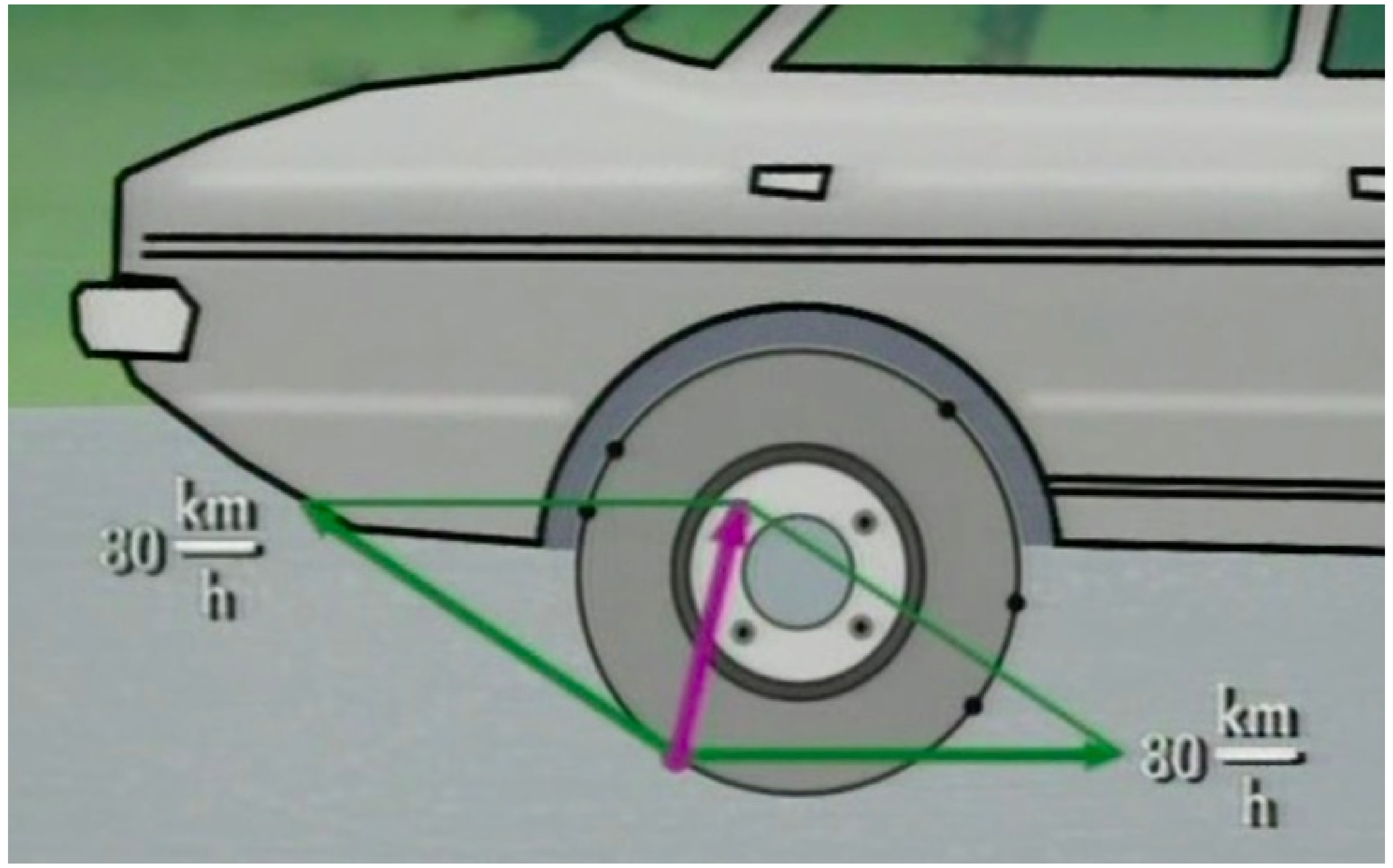
$$v_{III} = \frac{0,4\,m - 0,8\,m}{14\,s - 10\,s} = \frac{-0,4}{4}\,\frac{m}{s} = -0,1\,\frac{m}{s}$$

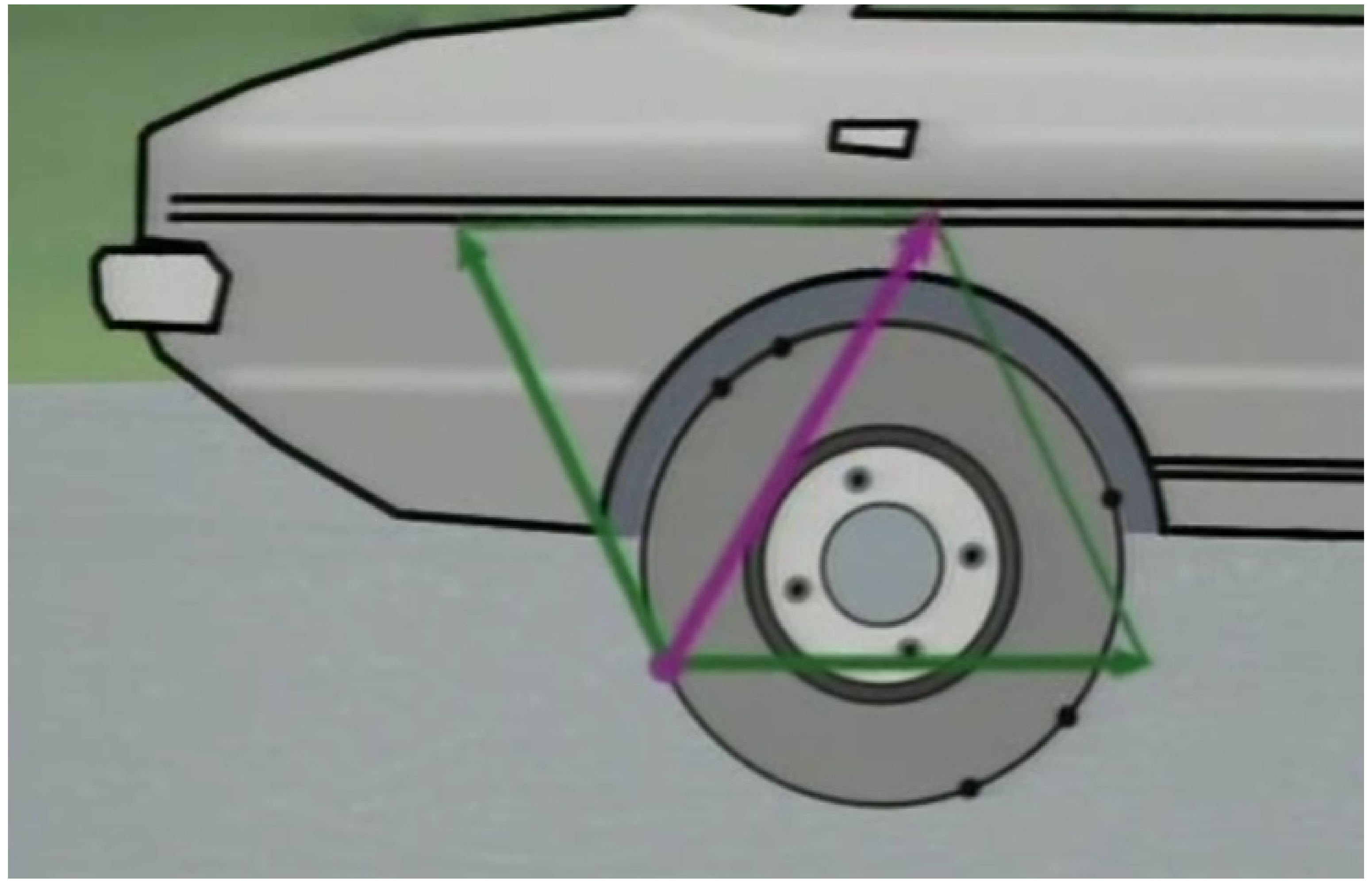
HA: S.11/A2, A3, A4/a,b (siehe Moodle)

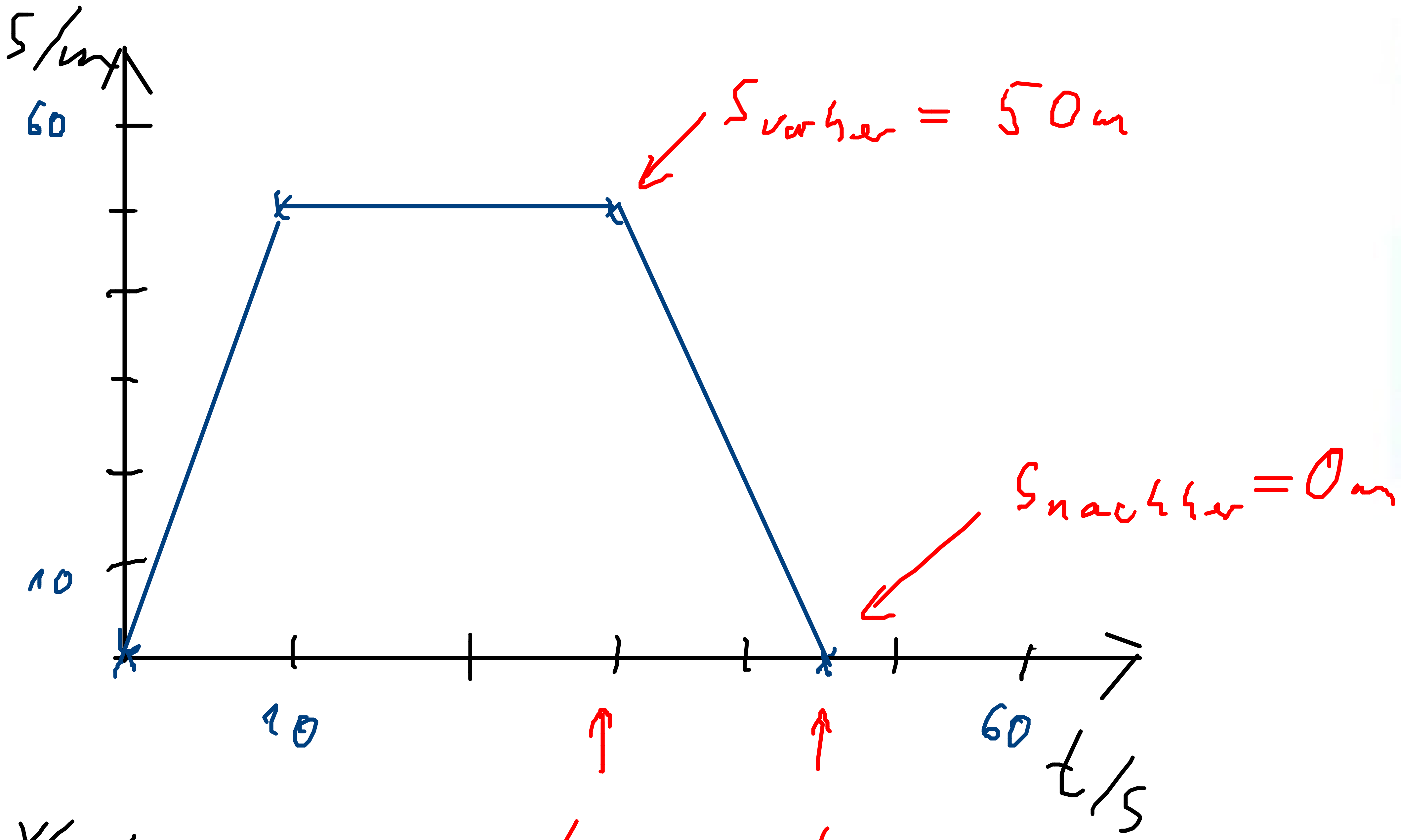
Exkurs "Addition von Geschwindigkeiten"

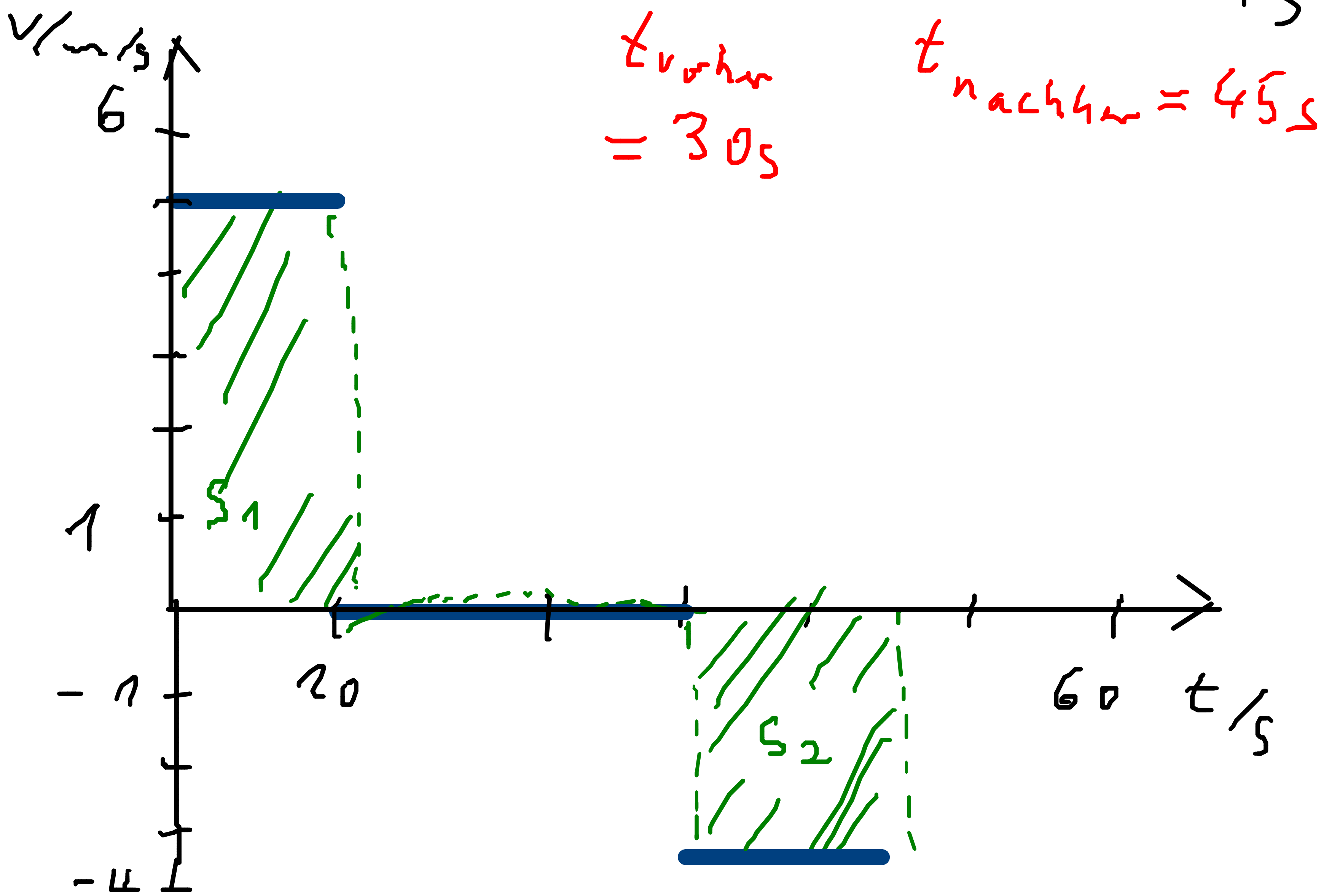
Ein Punkt auf dem Reifen eines Fahrrades (oder Autos) bewegt sich mit zwei Geschwindigkeiten: mit dem Fahrrad geradlinig und auf dem Reifen mit einer Bahngeschwindigkeit der Drehbewegung.
Die beiden Geschw. sind betragsmäßig gleich.

Wenn man davon ausgeht, dass ein von der Straße aufgenommenes Schmutzteilchen nach spätestens einer Vierteldrehung den Reifen wieder verläßt ("Fliehkraft"), ergibt sich eine resultierende Geschw. in Fahrtrichtung (also z.B. in Richtung des Rückens des Fahrradfahrers)!









A2 Ein Aufzug erreicht nach 10 s die Höhe 50 m. Dort bleibt er 20 s stehen. Danach fährt er zurück und erreicht nach weiteren 15 s wieder seinen Ausgangspunkt.

a) Zeichnen Sie zu diesem Vorgang ein idealisiertes *t-s*-Diagramm und das *t-v*-Diagramm.

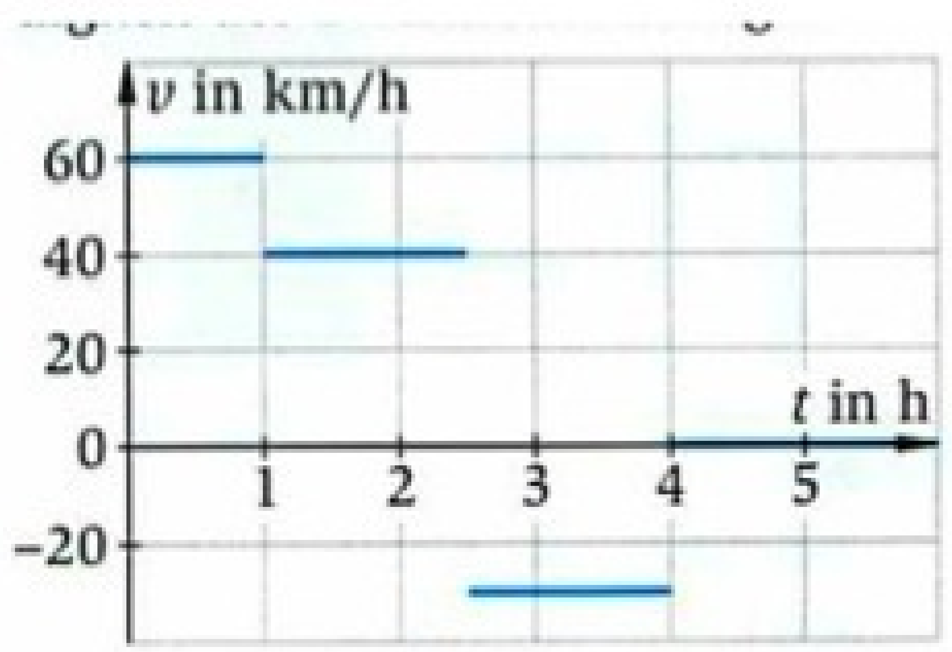
b) Interpretieren Sie die Flächen im *t-v*-Diagramm.

A3 Ein Auto fährt 15 s mit $v_1 = 72$ km/h, plötzlich 24 s mit $v_2 = 36$ km/h weiter. Dann bleibt es 10 s lang stehen. Schließlich fährt es mit $v_3 = -54$ km/h an den Ausgangspunkt zurück.

a) Zeichnen Sie dazu ein *t-s*- und ein *t-v*-Diagramm (*v* in der Einheit m/s).

b) Bestimmen Sie die Dauer der Rückfahrt.

A4 a) Interpretieren Sie das *t-v*-Diagramm. Berechnen Sie die Ortsänderungen in den einzelnen Intervallen und insgesamt daraus den „Zielort".



b) Zeichnen Sie das zugehörige *t-s*-Diagramm mit $s(0\text{ s}) = 0$ m.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_{nachher} - s_{vorher}}{t_{nachher} - t_{vorher}} = \frac{0m - 50m}{45s - 30s} = \frac{-50m}{15s} = -3{,}\overline{3}\frac{m}{s}$$

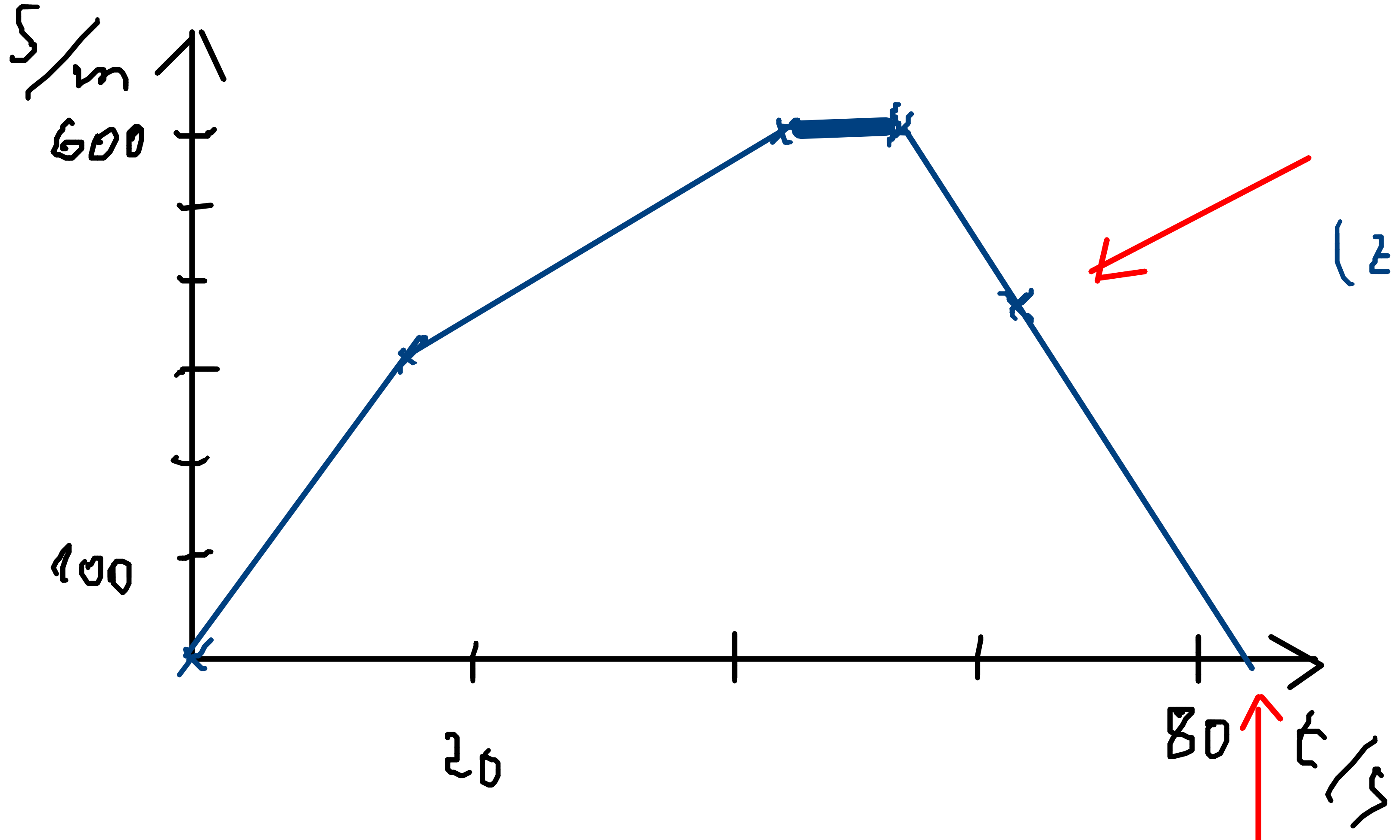
A3 Ein Auto fährt 15 s mit $v_1 = 72$ km/h, plötzlich 24 s mit $v_2 = 36$ km/h weiter. Dann bleibt es 10 s lang stehen. Schließlich fährt es mit $v_3 = -54$ km/h an den Ausgangspunkt zurück.

a) Zeichnen Sie dazu ein *t*-*s*- und ein *t*-*v*-Diagramm (*v* in der Einheit m/s).

b) Bestimmen Sie die Dauer der Rückfahrt. 36 s

$$\left(1 \frac{km}{h} = \frac{1000\,m}{3600\,s} = \frac{1}{3{,}6} \frac{m}{s} \right)$$

$$v_1 = \frac{72}{3{,}6} \frac{m}{s} = 20 \frac{m}{s}, \quad v_2 = 10 \frac{m}{s}, \quad v_3 = -15 \frac{m}{s}$$



berechnet

(z.B. 10 s mit v_3: $s = 540\,m - 15 \frac{m}{s} \cdot 10\,s$
$= 390\,m$)

Zeitpunkt der Rückkehr

Ungleichförmige Bewegungen:
Durchschnitts- und Momentangeschwindigkeit

Differenzenquotient

$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ Durchschnittsgeschwindigkeit im Zeitintervall Δt

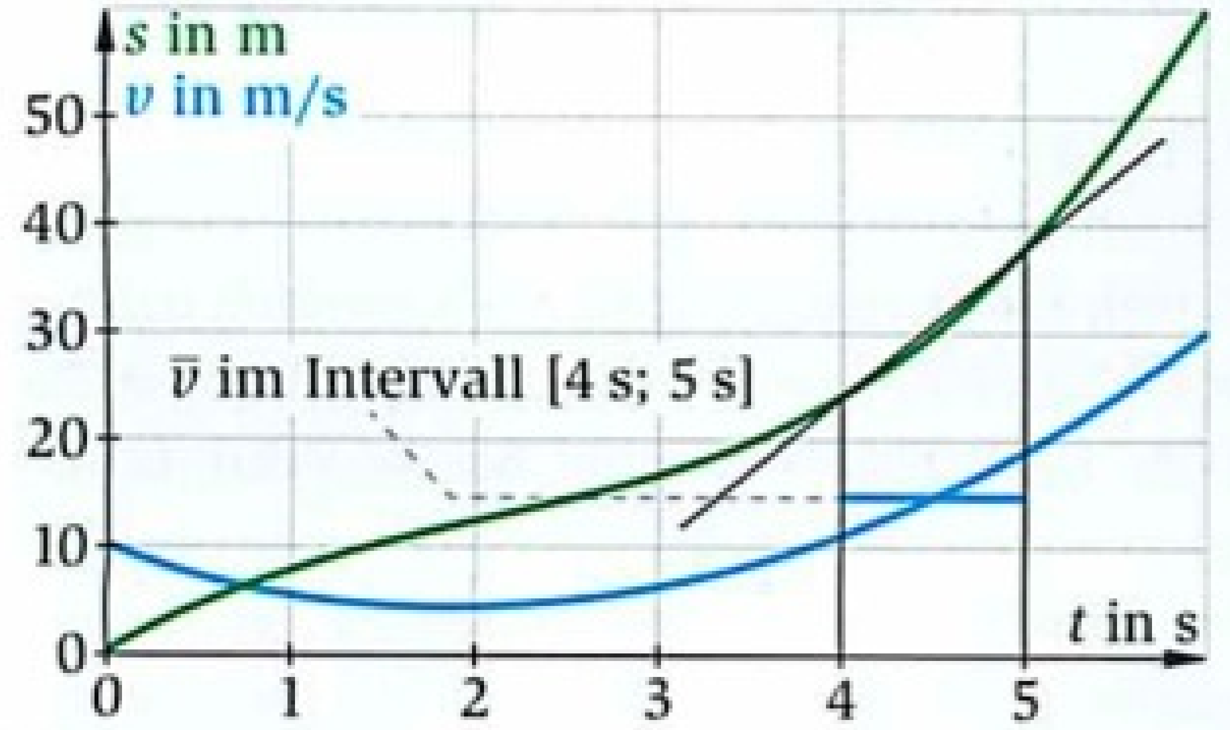
$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} =: \frac{ds}{dt}$ Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t

Differentialquotient

Bsp: $a_{n+1} = \sqrt{a_n}$

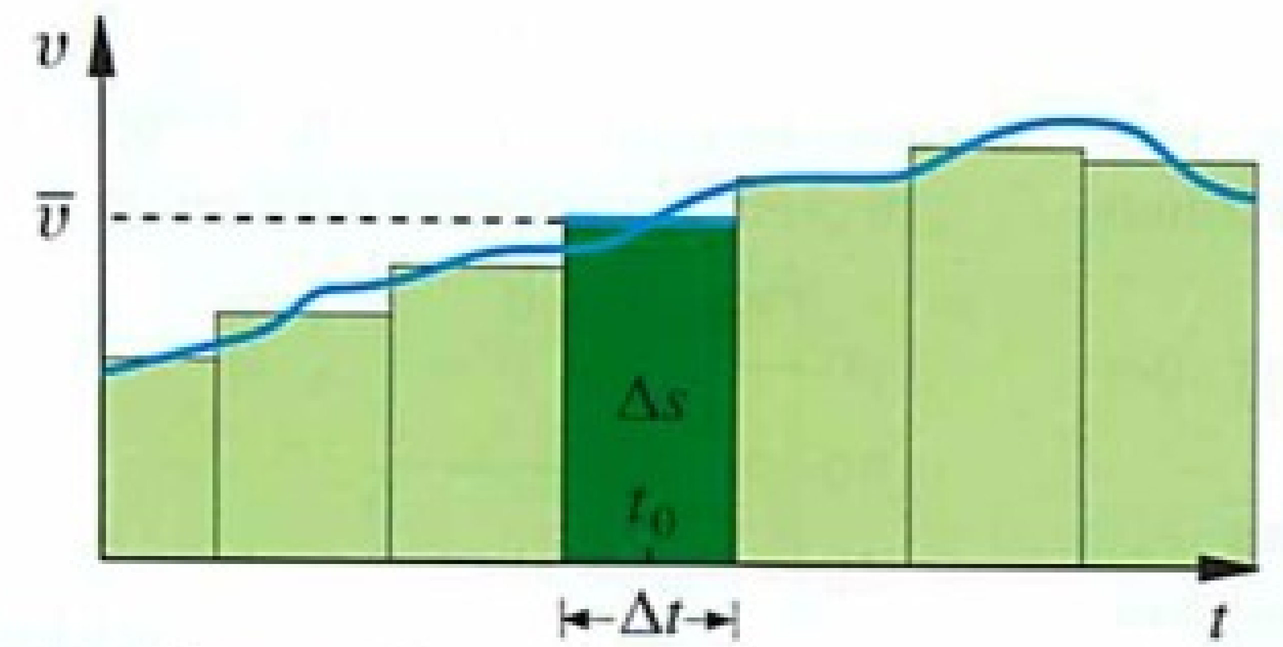
$\lim_{n \to \infty} a_n = 1$

$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0 \;\big|\; \lim_{x \to 0} \frac{1}{x} = \infty$



B2 Der Differenzenquotient der schwarzen Geraden ist die Durchschnittsgeschwindigkeit (blau) im Intervall von 4 s bis 5 s. Wählt man viele kleine Intervalle, so erscheint die *t-v*-Linie „durchgezogen".

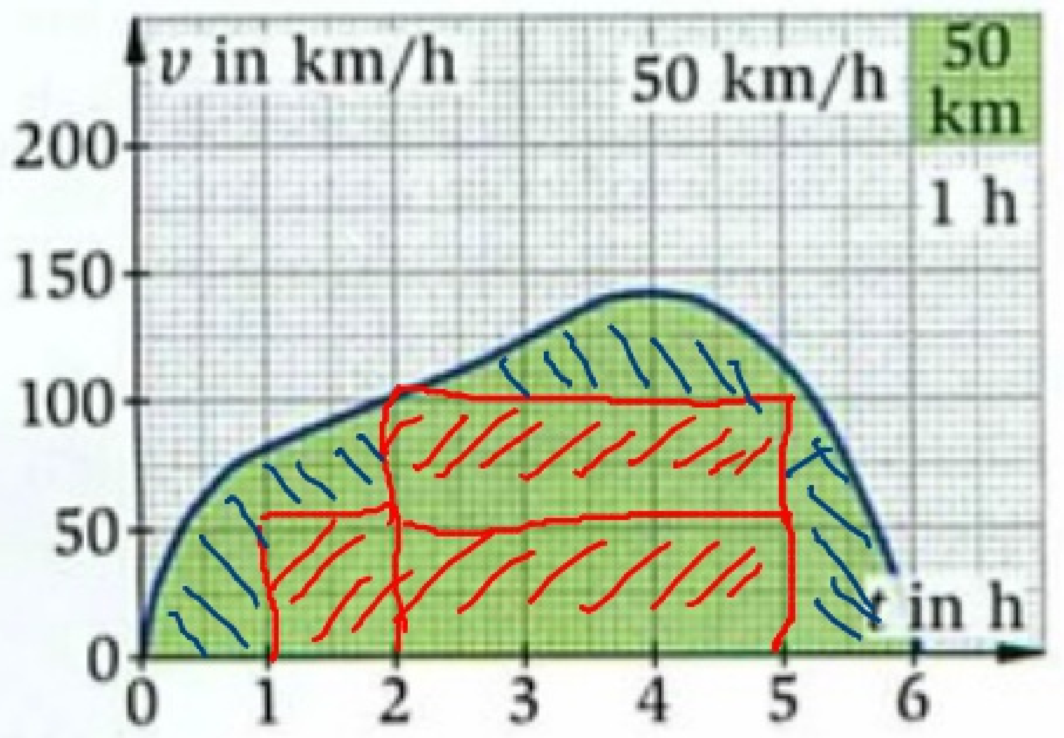
Umgekehrter Fall: v(t) wurde mit Hilfe eines Tachos "geloggt".
Den zurückgelegten Weg s(t) bestimmt man wieder als Fläche unter dem t-v-Graphen,
näherungsweise durch die Summe von Rechtecken,
idealerweise mit der Breite dt.



B4 Im *t-v*-Diagramm wird der Gesamtweg aus einzelnen Rechteckstreifen zusammengesetzt.

HA: S. 13 / A1, A2

A1 Bestimmen Sie aus dem Diagramm unten den in 6 Stunden zurückgelegten Weg. Wie groß war die mittlere Geschwindigkeit? Vergleichen Sie mit der größten Momentangeschwindigkeit.



▭ $\hat{=}$ 350 km

▭ $\hat{=}$ 11 · 12,5 km + Rest (≈ 100 km)

Σ = 582 km

ganze Diagrammfl. $\hat{=}$ 1750 km

m_{ganz} = 3,76 g

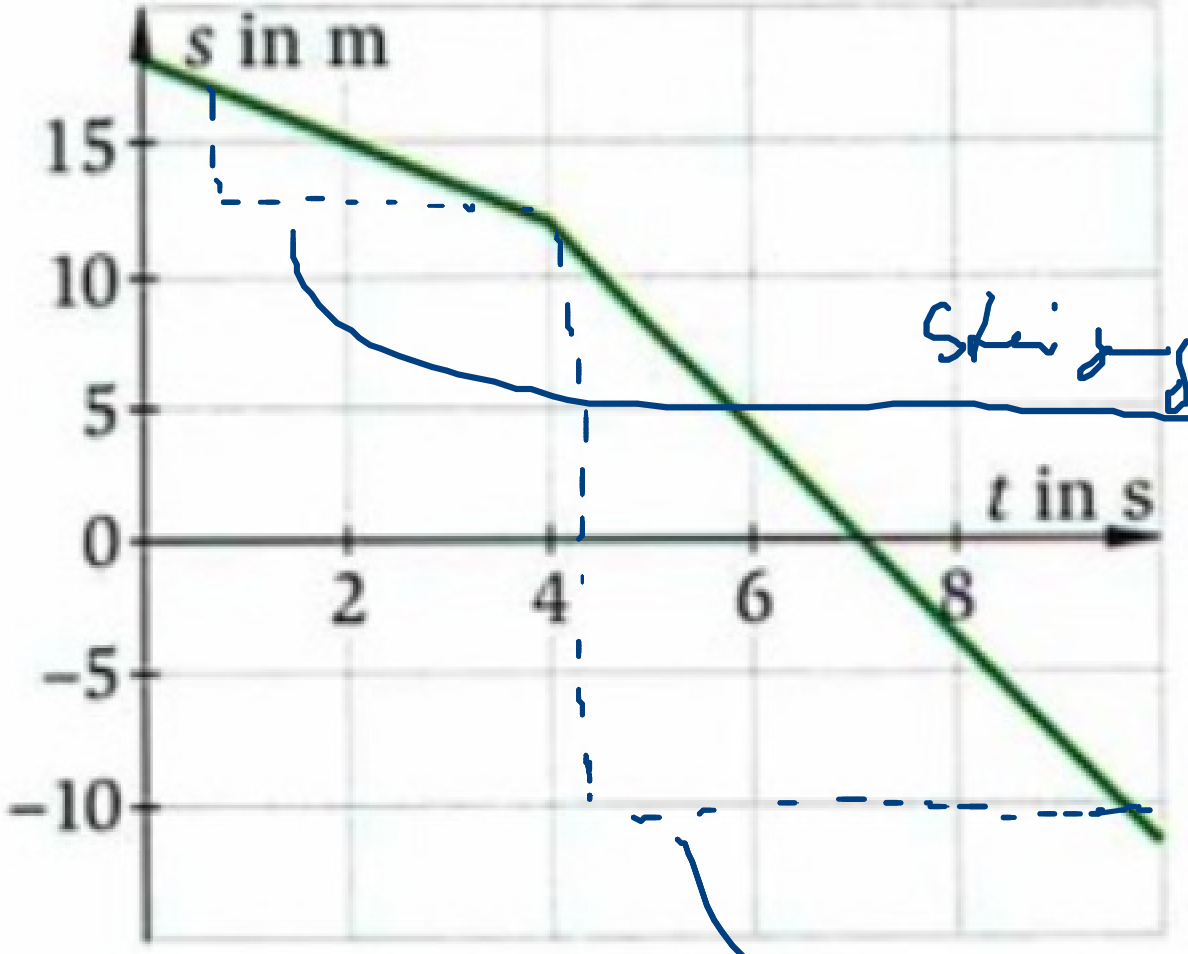
m_{teil} = 1,28 g

⇒ Fläche unter Gr.: s = 595 km

$\bar{v} = \frac{595\ km}{6\ h} \approx 100\ km/h$, $v_{max} \approx 140\ km/h$

Der Körper nähert sich dem Ursprung ("fährt rückwärts"), nach 4s nimmt seine Geschw. betragsmäßig zu, nach 7s passiert es den Ursprung und fährt noch 3s mit gleicher Geschw. weiter.

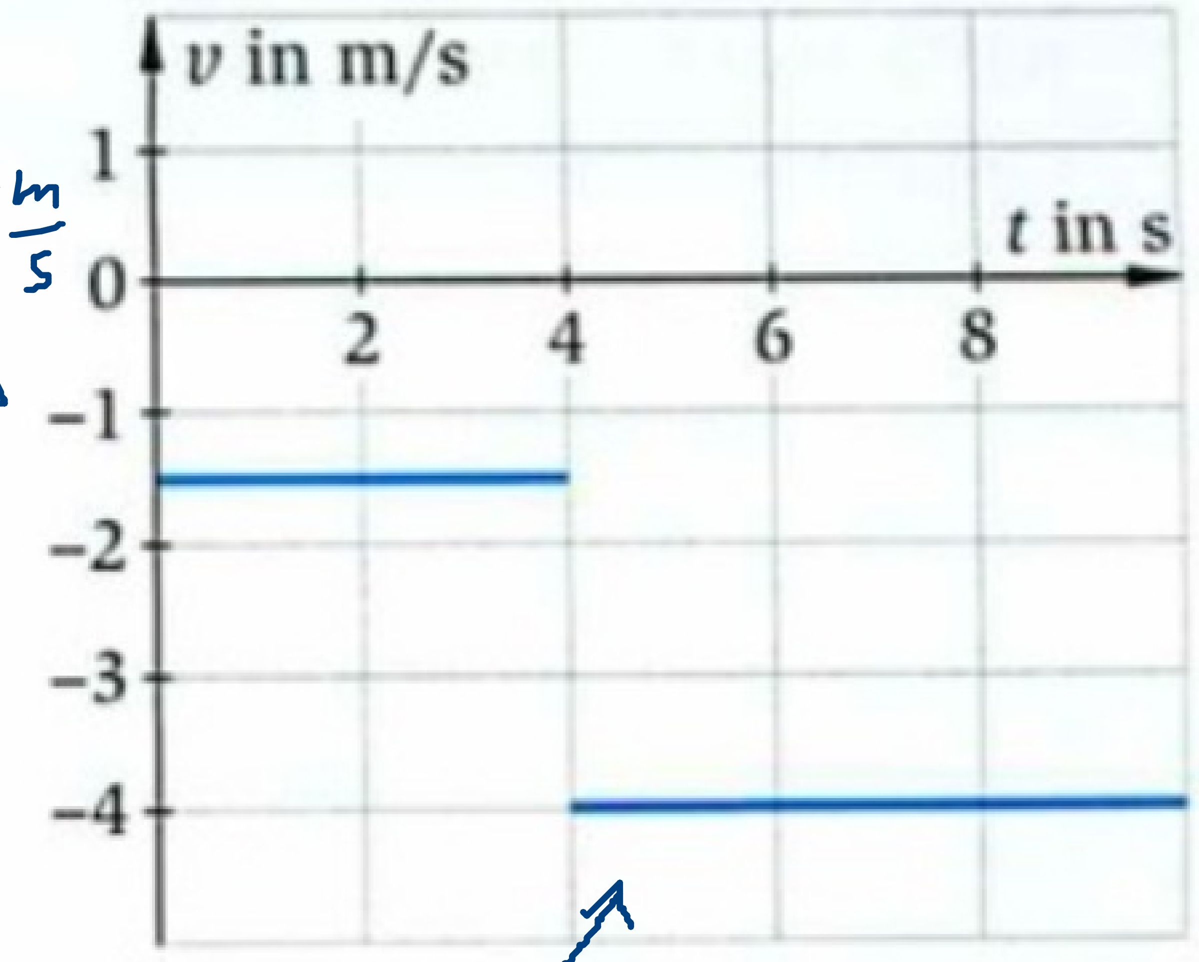
A2 Interpretieren Sie die beiden Diagramme.



Beantworten Sie schließlich folgende Frage begründet:

Liegen den Diagrammen identische Bewegungen zugrunde? (Beachten Sie die Anfangsbedingungen.)

Steigung $\approx -1{,}5\,\frac{m}{s}$



Steigung $= \frac{\Delta s}{\Delta t} = -4\,\frac{m}{s}$

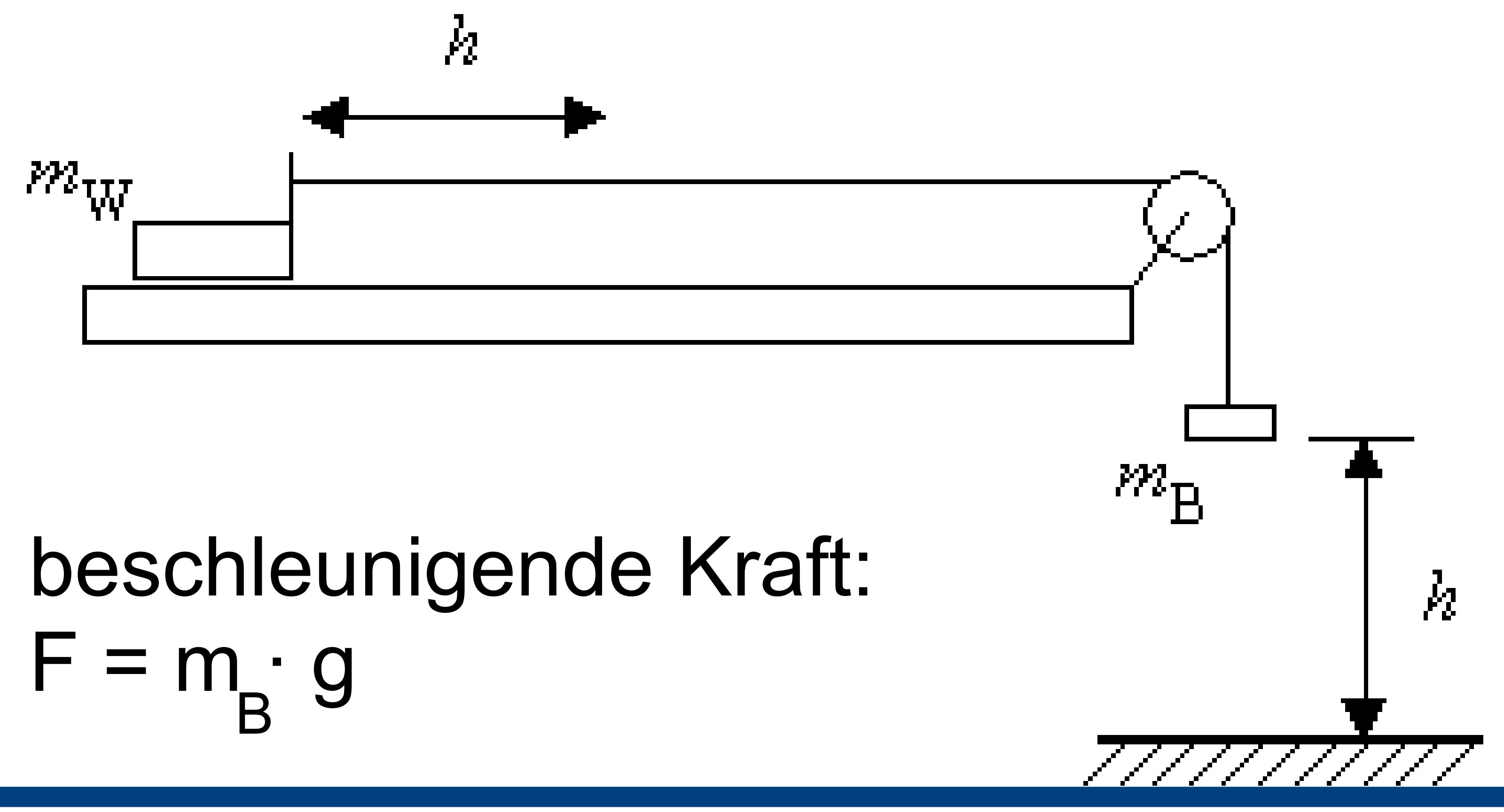
---

als nächstes:
gleichmäßig beschleunigte Bewegung
HA: S.18f lesen und verstehen, Fragen notieren

Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Wirkt eine konstante Kraft auf einen Körper, so bewegt er sich gleichmäßig beschleunigt mit $\Delta v \sim \Delta t$.
Die Beschleunigung a dieser Bewegung ist der konstante Quotient aus der Geschwindigkeitsänderung Δv und der zugehörigen Zeitspanne Δt:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ mit der Einheit } 1\,\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,.$$



beschleunigende Kraft:
$F = m_B \cdot g$

Erstelle ein ausführliches Versuchsprotokoll:
Beschreibung der verwendeten Geräte, Durchführung, Auswertung der Messwerte (Berechnung der Beschleunigungen)

m_W in kg	m_B in kg	t-v-Messwerte	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ in m/s^2	$a = \frac{F}{m_{ges}} = \frac{m_B \cdot g}{m_W + m_B}$ in m/s^2
		tabelle1.xls		
		tabelle2.xls		
		tabelle3.xls		
		usw.		