Magnetfelder von Leitern und Spulen

Lies die S. 240f "diagonal", notiere dir die Merksätze auf S. 241 und löse die Aufg. 1-3.

Magnetfeld eines geraden stromdurchflossenen Leiters:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi r}$$

magn. Feldkonstante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

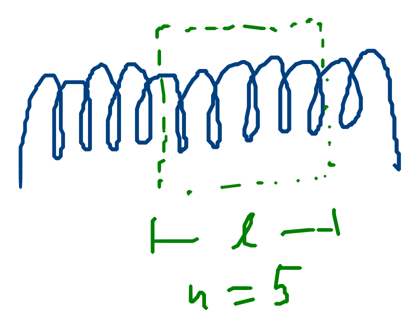
(vgl. mit elektr. Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$)

Magnetfeld einer (langen) Spule:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{n}{l} \cdot I$$

n = Windungszahl

l = Länge der Spule



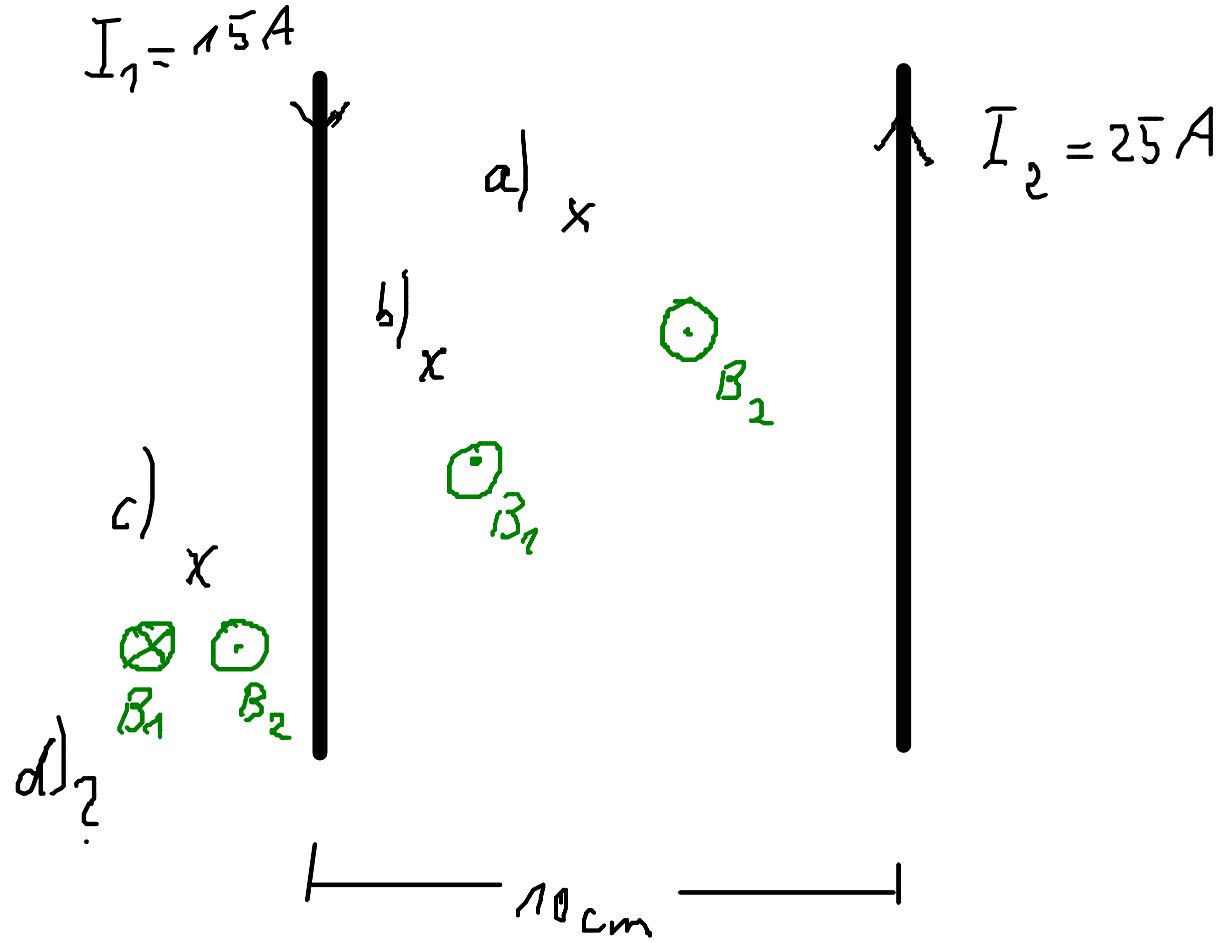
$$B = \mu_0 \cdot \frac{n}{l} \cdot I \iff \mu_0 = \frac{B \cdot l}{I \cdot n} = 1{,}3 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

3 In einer Spule ($l = 70$ cm, $n = 300$) wird bei der Stromstärke $I = 1{,}5$ A die magnetische Feldstärke $B = 840$ µT gemessen. Berechnen Sie daraus die magnetische Feldkonstante μ_0.

Einheiten:

$$v = \frac{1{,}5\,m}{s} = 1{,}5 \frac{m}{s} = 4{,}5 \frac{ft}{s} = 5{,}4 \frac{km}{h}, \quad [B] = 1\,T = 1 \frac{N}{Am}$$

$$\boxed{m, kg, s, A}$$



1 Zwei geradlinige lange Leiter verlaufen in einem Abstand von 10 cm parallel zu einander. Sie werden in entgegengesetzter Richtung von den Strömen $I_1 = 15$ A und $I_2 = 25$ A durchflossen. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke in einem Punkt in der von den Leitern aufgespannten Ebene, der **a)** von beiden Leitern gleich weit entfernt ist; **b)** 2 cm von Leiter 1 und 8 cm von Leiter 2 entfernt ist; **c)** 2 cm von Leiter 1 und 12 cm von Leiter 2 entfernt ist. **d)** In welchen Punkten ist die magnetische Feldstärke gleich null?

2 Lösen Sie Aufgabe 1 für den Fall, dass die beiden Ströme gleich gerichtet sind.

a) $B_{ges} = B_1 + B_2 = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi r_1} + \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi r_2} = \mu_0/2\pi \left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right)$, $r_1 = r_2 = 0{,}05 m$

$= 1{,}6 \cdot 10^{-4}\ T = 0{,}16\ mT$

b) $B_{ges} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right)$, $r_1 = 0{,}02 m$ $r_2 = 0{,}08 m$

$= 2{,}13 \cdot 10^{-4}\ T = 0{,}213\ mT$

c) $B_{ges} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(-\frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} \right) = -1{,}08 \cdot 10^{-4}\ T = 0{,}1\ mT$

d) $B_{ges} = 0 \Leftrightarrow B_1 = B_2 \Leftrightarrow \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{r_1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_2}{r_2} \Leftrightarrow \frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2}$ (1)

$r_1 + 10 cm = r_2$ (2)

(1) $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1}{r_2} \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_2}{r_1} \overset{(2)}{\Leftrightarrow} \frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1 + 0{,}1 m}{r_1} = 1 + \frac{0{,}1 m}{r_1}$

$\Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} - 1 = \frac{0{,}1 m}{r_1}$ | kW → TR : $\underline{\frac{2}{3}} \cdot 10 = \frac{1}{r_1}$ $\Rightarrow r_1 = \frac{3}{20}\ m$

$= 0{,}15 m$

$\Rightarrow r_2 = 0{,}25 m$

Abschätzung

$2 \cdot 10^{-7} (300 + 500)$

$= 1600 \cdot 10^{-7} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$

$2 \cdot 10^{-7} \left(-\frac{15}{0{,}02} + \frac{25}{0{,}12} \right)$

$\approx 2 \cdot 10^{-7} (-750 + 250)$

$\approx -1000 \cdot 10^{-7} = 10^{-4}$

Magnetfelder und Lorentzkraft

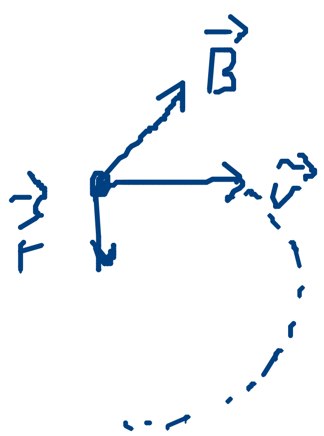
1.1. Ein Elektronenstrahl tritt mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 1{,}96 \cdot 10^6\,m/s$ senkrecht zu den Feldlinien in ein homogenes Magnetfeld mit der magnetischen Flussdichte $B = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\,T$ ein.

a) Erklären Sie, warum sich der Elektronenstrahl auf einer Kreisbahn weiterbewegt.

b) Berechnen Sie den Radius der Kreisbahn.

c) Beschreiben Sie mit Hilfe der in b) hergeleiteten Gleichung, wie sich der Radius ändern würde, wenn an Stelle der Elektronen Protonen in das Magnetfeld fliegen?

a) $F_L \perp v$ und $F_L \perp B$ (mathem. präzise $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$)



b) $F_Z = F_L \Leftrightarrow m\frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \Leftrightarrow \frac{m \cdot v}{qB} = r = 7\,mm$

(Bsp. Fadenstrahlrohr: $eU = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$ bei 250 V $\approx 10^7\,\frac{m}{s}$

dort hatten wir $r \in [1\,cm, 4\,cm]$, also sind 7 mm realistisch)

c) $r = \frac{mv}{qB} \sim m$ wird ca. 2000 mal größer (Bew.-Richtg. umgekehrt)

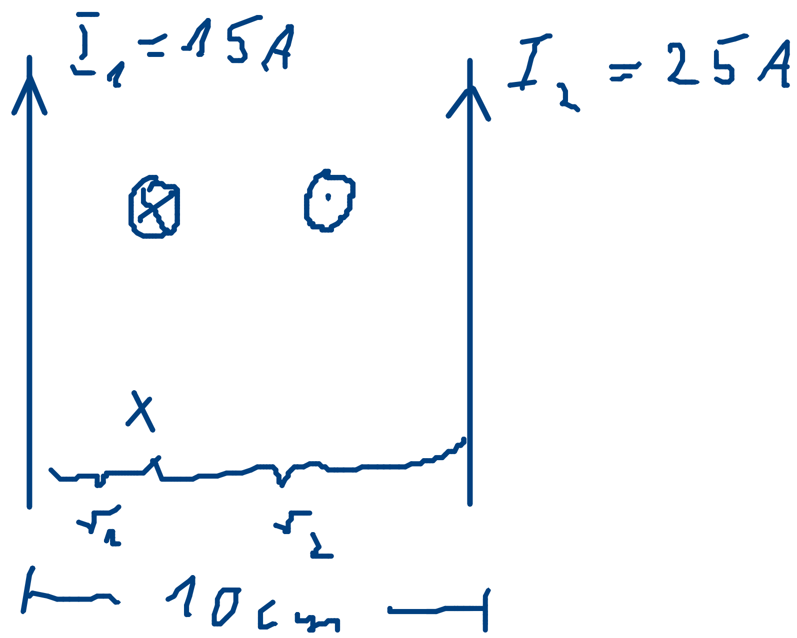
1.2. Zwei geradlinige lange Leiter verlaufen in einem Abstand von 10 cm parallel zueinander. Sie werden in gleicher Richtung von den Strömen $I_1 = 15$ A und $I_2 = 25$ A durchflossen. Berechnen Sie die magnetische Feldstärke in einem Punkt in der von den Leitern aufgespannten Ebene, der

a) von beiden Leitern gleich weit entfernt ist;

b) 2 cm von Leiter 1 und 8 cm von Leiter 2 entfernt ist;

c) 2 cm von Leiter 1 und 12 cm von Leiter 2 entfernt ist.

d) In welchem Punkt ist die magnetische Feldstärke Null?



a) B_1 u. B_2 entgegengerichtet $\quad 4 \cdot 10^{-5}\,T$

$\Rightarrow |B_{ges}| = |B_1 - B_2| = \left| \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I_1}{r_1} - \frac{I_2}{r_2} \right) \right|$

b) $\ldots \quad = 8{,}75 \cdot 10^{-5}\,T$

c) $|B_{ges}| = |B_1 + B_2| = 1{,}92 \cdot 10^{-4}\,T$

d) $\frac{I_1}{r_1} = \frac{I_2}{r_2} \quad \wedge \quad r_1 + r_2 = 10\,cm$

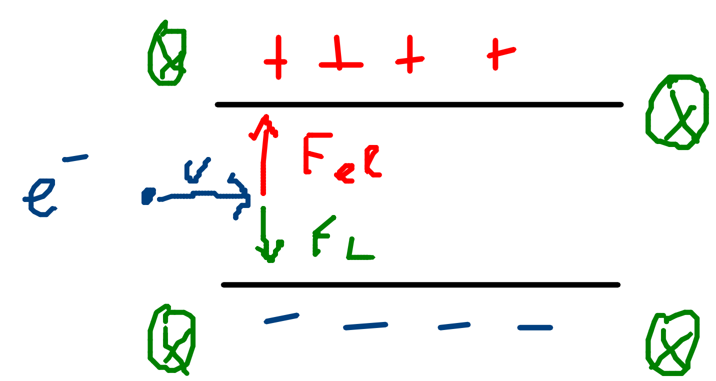
$\Rightarrow r_1 = 3{,}75\,cm \quad , \quad r_2 = 6{,}25\,cm$

1.3. In einem Demonstrationsversuch zum Wien-Filter werden Elektronen in einer Röhre mit $U_a = 1500\,V$ beschleunigt. Am Kondensator des Geschwindigkeitsfilters (Plattenabstand $d = 5\,cm$) liegt die Spannung $U_C = 10{,}1\,kV$.

a) Erklären Sie die Wirkungsweise des Wien-Filters.

b) Ermitteln Sie die magnetische Feldstärke, die die Elektronen unabgelenkt passieren lässt.

a)



Wenn $F_{el} = F_L$ ist, fliegen die e^- gerade durch

und zwar mit $v = \frac{E}{B}$

weil: $q \cdot E = q v B$ $\Uparrow$

b) $B = \frac{E}{v}$ $\qquad E = \frac{U}{d}$, $\quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

$= 8{,}8\,mT$

Das Zyklotron *Zur Erforschung von Elementarteilchen und auch zum Einsatz in Medizin und Technik benötigt man Teilchen, die hohe Energie besitzen. Diese hohen Energien erreicht man in sogenannten Beschleunigern. Eine spezielle Ausführung eines Beschleunigers ist das Zyklotron.*

Die prinzipielle Funktionsweise des Zyklotrons kann man den beiden folgenden Abbildungen 1a und 1b entnehmen. Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum. Sie besteht hauptsächlich aus zwei innen hohlen D-förmigen Elektroden D_1 und D_2, deren Form man sich wie eine in zwei Teile geschnittene flache Dose vorstellen kann. An diese Elektroden, die so genannten Duanten, wird eine Spannung U angelegt, die ein elektrisches Feld erzeugt, das nur im Spalt zwischen den Duanten, nicht aber im Inneren der hohlen Duanten vorhanden ist. Die Breite des Spalts zwischen den Duanten ist klein gegen ihren Durchmesser. Im Punkt Q befindet sich eine Protonenquelle, die Protonen mit der Anfangsgeschwindigkeit $v = 0\,m/s$ liefert. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass das homogene Magnetfeld nur im Inneren der Duanten, nicht aber im Bereich des Spaltes zwischen ihnen wirkt. Vom Einfluss der Schwerkraft soll abgesehen werden.

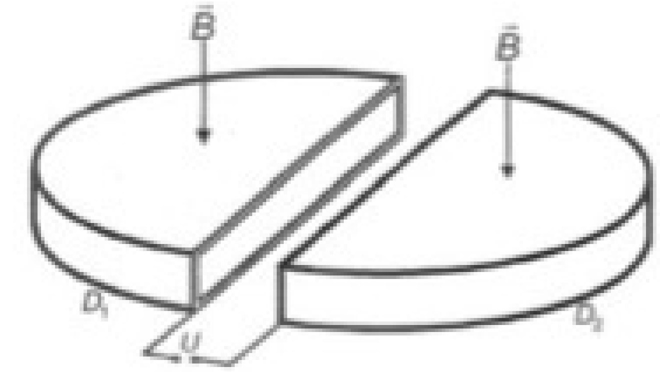


Abbildung 1a

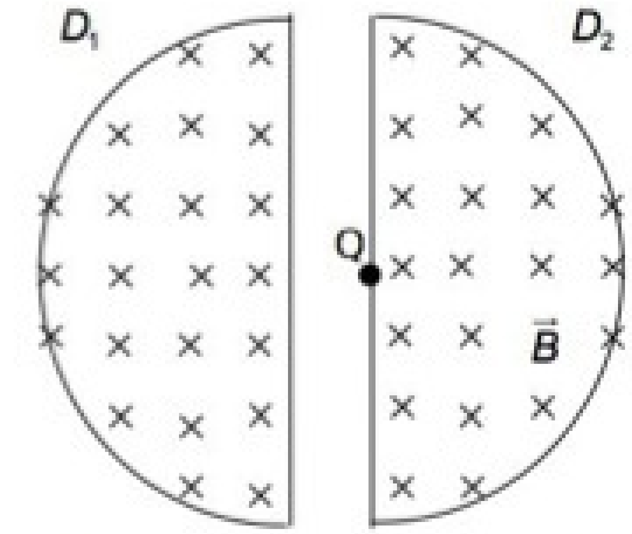


Abbildung 1b: Ansicht von oben (Draufsicht)

2.1. Zunächst sei an die Duanten eine Gleichspannung derart angelegt, dass der linke Duant D_1 negativ geladen ist. Bei einer bestimmten Stärke des Magnetfeldes B ergibt sich die in Abbildung 2 dargestellte Bahnkurve eines Protons.

a) Geben Sie begründet die verschiedenen Bewegungsformen des Protons bis zum Erreichen des Punktes P_3 an.

b) Skizzieren Sie in Abbildung 2 die weitere Bahnkurve des Protons, nachdem dieses den Punkt P_3 erreicht hat, und begründen Sie sie.

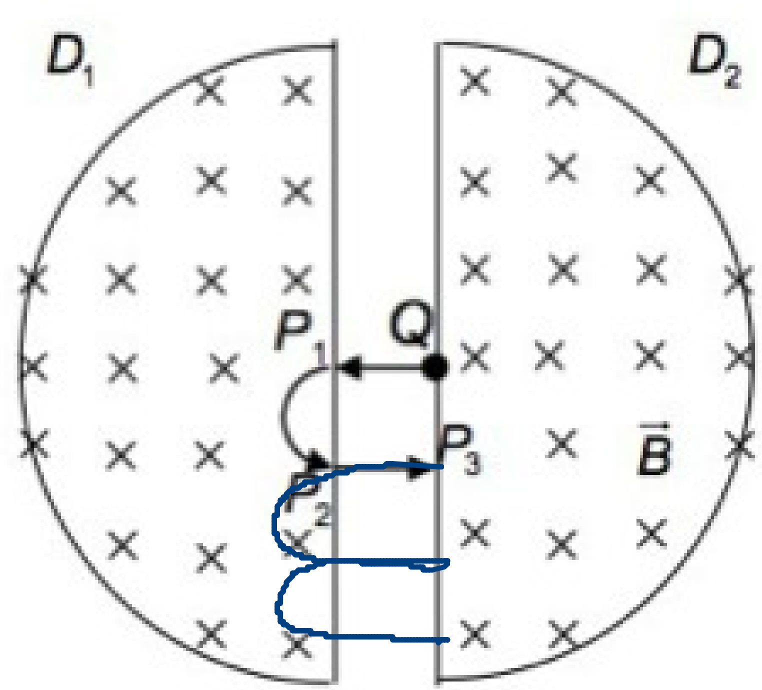


Abbildung 2

a) $Q \rightarrow P_1$: Beschl. im el. Feld

$P_1 \rightarrow P_2$: halbe Kreisbahn durch $F_L = q \cdot v \cdot B$

$P_2 \rightarrow P_3$: Proton wird abgebremst, $v_{P_3} = 0\,m/s$

2.2. Nun wird die zwischen den Elektroden anliegende Spannung umgepolt, sobald sich das Proton zum ersten Mal im Inneren des Duanten D_1 befindet.

a) Erläutern und begründen Sie unter diesen Bedingungen die Bewegung eines Protons beginnend bei der Protonenquelle.

b) Skizzieren Sie seine Bahn (in Abbildung 2 gestrichelt) bis zum erstmaligen Austritt aus dem Duanten D_2.

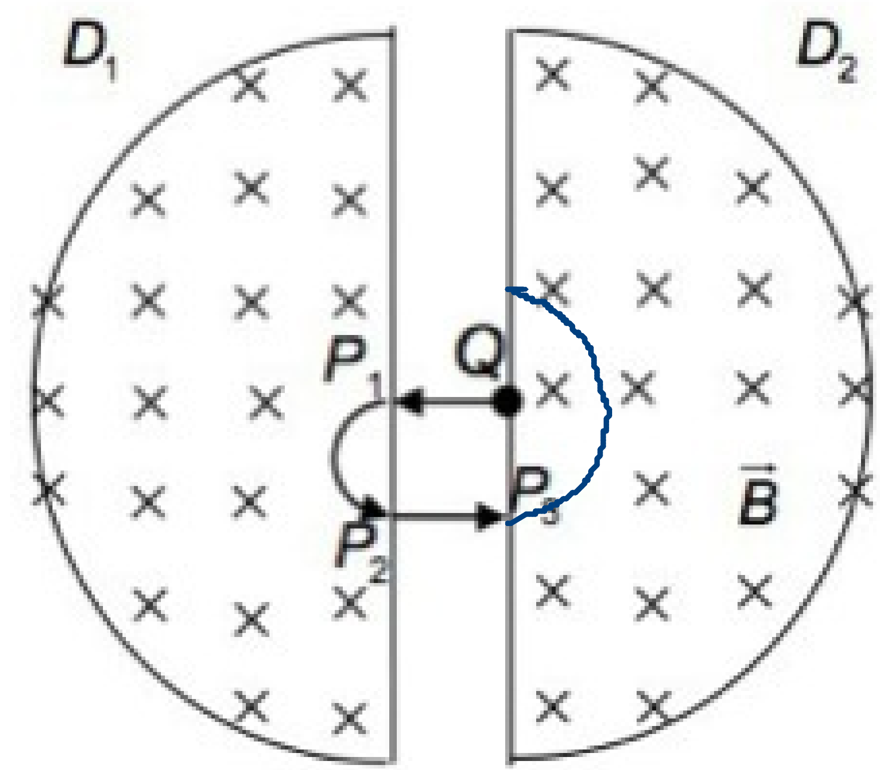


Abbildung 2

a) bis P_2 genauso wie in 2.1. a), $P_2 \to P_3$ wird es erneut beschleunigt, in D_2 wg. nun größerer Geschw. größere Kreisbahn

2.3. Die Aufenthaltsdauer eines Protons in einem Duanten kann mit folgender Beziehung berechnet werden:

$$t_D = \frac{\pi \cdot m_p}{q \cdot B} \qquad \textit{mit} \quad m_p = \textit{Masse des Protons}, q = \textit{Ladung des Protons}, B = \textit{magn. Feldstärke}$$

a) Leiten Sie diese Beziehung begründet her.

b) Begründen Sie, warum die Aufenthaltsdauer nicht vom Radius abhängt und daher der Radius nicht in der angegebenen Beziehung vorkommt.

2.4. Die Geschwindigkeit des Protons soll jetzt schrittweise erhöht werden. Dazu wird an die Duanten eine Wechselspannung mit einer konstanten Frequenz angelegt.

a) Begründen Sie anhand der oben angegebenen Beziehung für die Aufenthaltsdauer t_D, dass durch Anlegen einer Wechselspannung mit einer konstanten Frequenz eine schrittweise Erhöhung der Geschwindigkeit möglich ist. *(Hinweis: Da die Breite des Spalts zwischen den Duanten klein gegen ihren Durchmesser ist, kann die Beschleunigungszeit im Spalt dabei vernachlässigt werden.)*

b) Berechnen Sie begründet – unter Einbeziehung der Einheitenumformung – die Frequenz f der Wechselspannung, wenn die Stärke B des Magnetfeldes 1,5 T beträgt.

2.3. a) $q v B = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m v}{q B} \Rightarrow \frac{\pi r}{t_D} = v \Rightarrow t_D = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi \, m \cdot v}{v \cdot q \cdot B} = \frac{m \cdot \pi}{q \cdot B}$ q.e.d.

b) v und r wachsen in gleichem Maße

$\Rightarrow t_D = \frac{\pi r}{v}$ bleibt konst.

2.4. a) jeweils nach t_D muss U umgepolt werden, d.h. $(-|+) \rightarrow (+|-) \rightarrow (-|+) \hat{=} 2t_D$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 t_D}$

b) $= \frac{q B}{2 \pi m_p} = 22{,}9 \text{ MHz}$ Begründung in a)

Vorüberlegung: $[B] = \left[\frac{F}{I \cdot l}\right] = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{kg \, m}{s^2 A m} = \frac{kg}{A s^2}$, $I = \frac{dQ}{dt}$

$\Rightarrow [I] = \frac{C}{s} =: A$

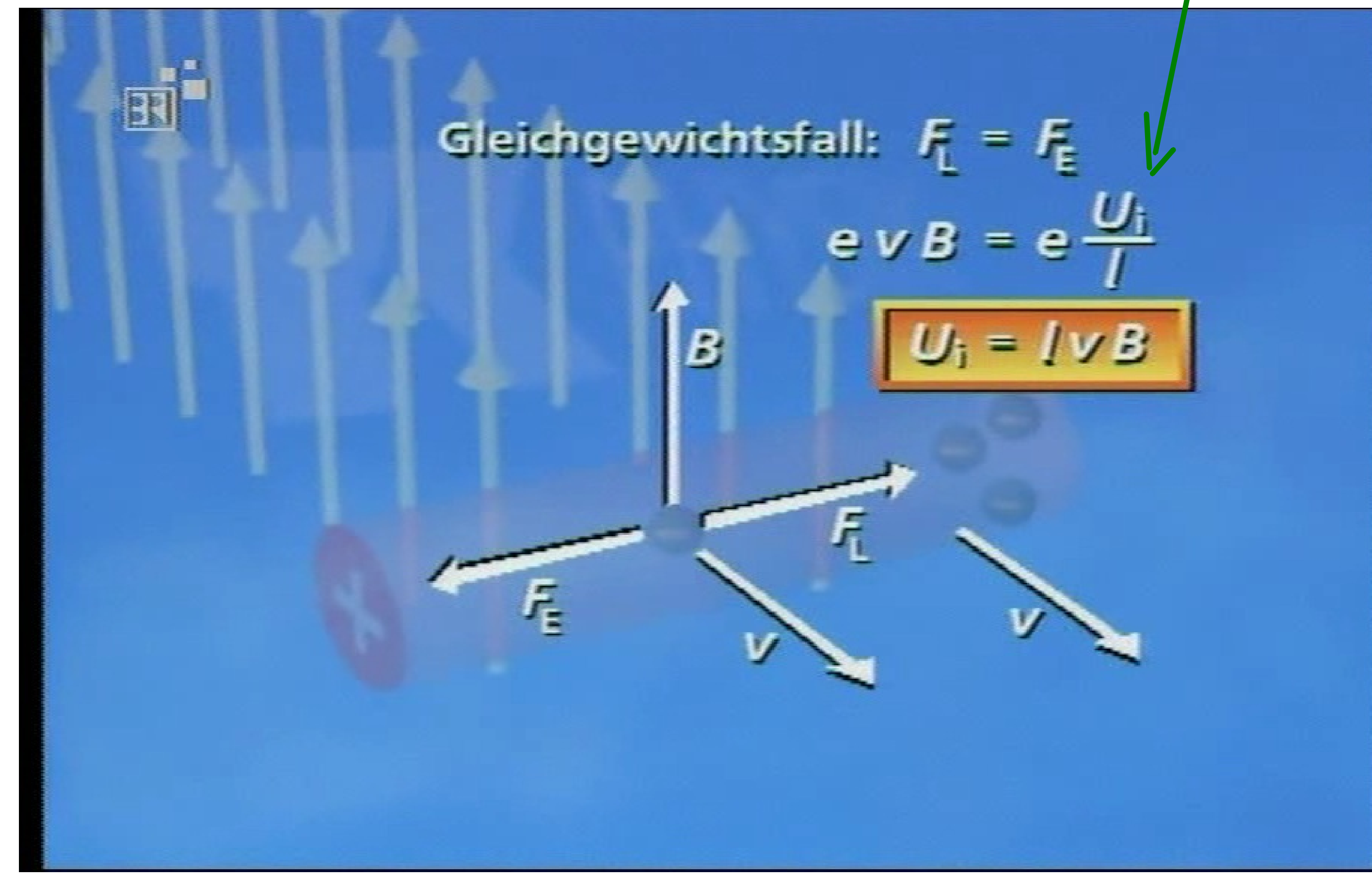
$\Rightarrow [f] = \left[\frac{q B}{2\pi \, m}\right] = \frac{\cancel{As} \cdot \cancel{kg}}{\cancel{kg} \, \cancel{A} s^{\cancel{2}}} = \frac{1}{s} = Hz$

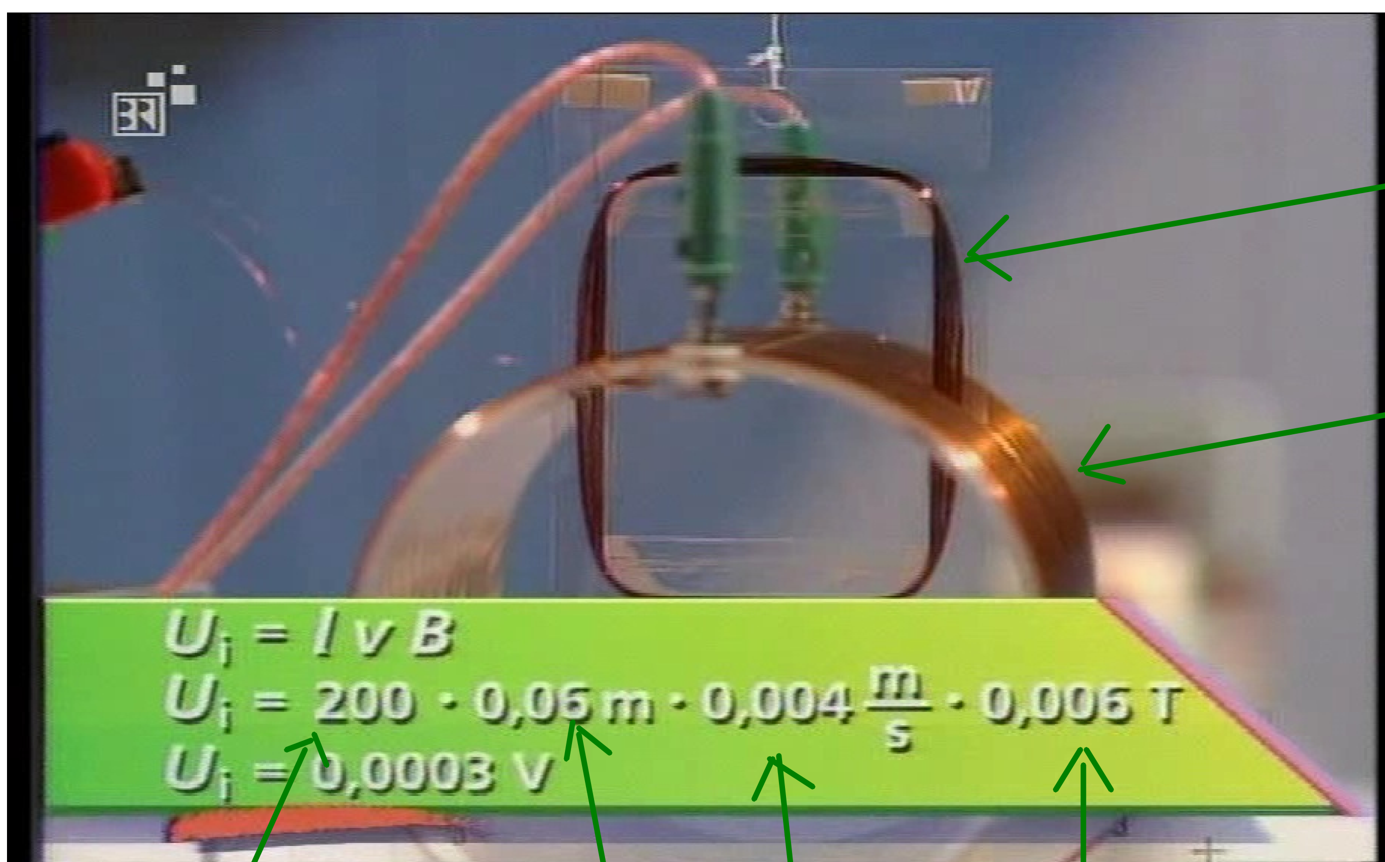
Elektromagnetische Induktion

„Plattenabst." l

Ändert sich innerhalb einer Spule das Magnetfeld, z.B. durch Bewegung eines Permanentmagneten oder Ein- und Ausschalten eines Elektromagneten, wird in der Spule eine Spannung induziert.

Bewegt sich ein Leiter durch ein Magnetfeld, wirkt auf die beweglichen Ladungen, die Elektronen, die Lorentzkraft. Sie werden an das (rechte) Ende verschoben, es entsteht eine Spannung:





Induktionsspule

Feldspule

Die Ind.-Spule wird mit konstantem v = 0,004m/s aus der Feldspule (B = 6mT) herausgezogen.

200 Wind. l v B

≙ Reihensch. von 200 Leitern ⇒ $U_i = \sum U_{i,\text{Leiter}}$

Das Faradaysche Induktionsgesetz

Lest nach dem Filmbeitrag, der alle wesentlichen Experimente zur Herleitung des Induktionsgesetzes gezeigt hat, im Buch die Seiten 246-249.

Ziel ist es, das Faradaysche Induktionsgesetz in der mathematisch eleganten, alle Induktionsprozesse beschreibenden Form zu verstehen:

ϕ = B·A = magnetischer Fluss

$$\boxed{U_{ind} = -n\,\dot{\phi}} = -n\,\frac{d\phi}{dt} = -n\,\frac{d(BA)}{dt} = -n\left(\frac{dB}{dt}A + B\,\frac{dA}{dt}\right)$$

Produktregel

n = Windungszahl der Induktionsspule

Eine Induktionsspannung an einer Spule tritt immer dann auf, wenn sich der magnetische Fluss ϕ zeitlich ändert. Das kann durch zeitliche Zu- oder Abnahme der magn. Feldstärke B erfolgen, oder durch die Änderung der von Feldlinien durchsetzten Spulenquerschnittsfläche A (z.B. indem sie aus dem Feld herausgezogen wird oder durch Drehen der Spule).

Häufig ist die Feldspulenstromfunktion I(t) gegeben => B(t) => $\dot{B}$(t) => U_{ind}
Gelegentlich sind nur Anfangs- und Endwert von B und das entspr. Zeitintervall angegeben:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_2 - B_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow U_{ind}$$

Lest im Buch nach: S. 246-249

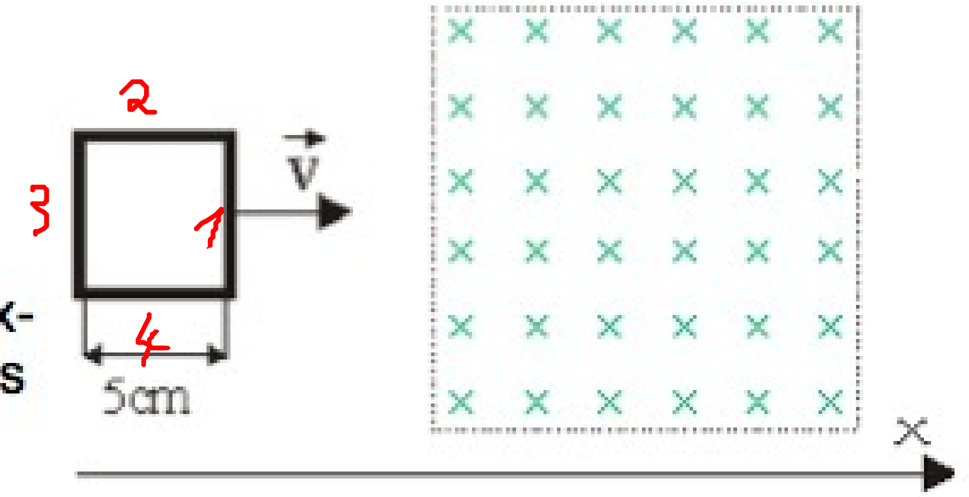
$\Phi = B \cdot A$ = magnetischer Fluss

$$\boxed{U_{ind} = -n\,\dot{\phi}} = -n\,\frac{d\phi}{dt} = -n\,\frac{d(BA)}{dt} = -n\left(\frac{dB}{dt}A + B\,\frac{dA}{dt}\right)$$

Produktregel

n = Windungszahl der Induktionsspule

Eine kleine Spule mit quadratischem Querschnitt, 20 Windungen und kurzgeschlossenen Spulenenden besitzt den ohmschen Widerstand 0,50Ω. Sie bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v = 2,5cm/s in x-Richtung auf ein homogenes, scharf begrenztes Magnetfeld der Flussdichte 1,2 T zu.



a) Erklären Sie, weshalb ein Induktionsstrom in der Spule nur fließt, während diese in den vom Magnetfeld erfüllten Raum ein- bzw. austritt. (6 BE)

Nur beim Ein- und Austritt ändert sich der Fluss durch die Induktionsspule (dies ist nach dem Induktionsgesetz in differentieller Form die Voraussetzung für das Entstehen einer Induktionsspannung). Wenn die Spule ganz außerhalb bzw. ganz innerhalb des Magnetfeldes ist, ändert sich der Fluss nicht und somit ergibt sich keine Induktionsspannung.

b) Berechnen Sie die Stärke I des Induktionsstroms. [zur Kontrolle: I = 60mA] (5 BE)

$$F_{el} = F_{lor} \Rightarrow q \cdot E = q \cdot v \cdot B$$
$$\Rightarrow \frac{U}{l} = v \cdot B \Rightarrow U = l \cdot v \cdot B$$

$$U = l \cdot v \cdot B = 20 \cdot 0{,}05\,m \cdot 0{,}025\,\frac{m}{s} \cdot 1{,}2\,T = 0{,}03\,V \Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{0{,}03\,V}{0{,}5\,\Omega} = 0{,}06\,A$$

c) Begründen Sie, weshalb während des Ein- bzw. Austritts eine Kraft auf die Spule wirkt, und geben Sie deren Richtung und Betrag an. (6 BE)

rechte Seite im B-Feld: Kraft auf Elektr. nach unten => Kreisstrom (techn Stromrichtung gegen Uhrzeigersinn)
=> Kraft nach links auf 1, Kraft nach unten auf 2, Kraft nach oben auf 4, keine Kraft auf 3
d.h. insges. Kraft nach links

$$F = N \cdot B\,I\,l = 20 \cdot 1{,}2\,T \cdot 0{,}06\,A \cdot 0{,}05\,m$$
$$= 0{,}072\,N = 72\,mN = 7{,}2 \cdot 10^{-2}\,N$$

Durch eine Feldspule ($r_{Feld} = 7$ cm) fließt ein Strom I, der innerhalb von 7,5 Millisekunden linear von $I_1 = 0{,}65$ A auf $I_2 = 0{,}9$ A ansteigt. Die Feldspule hat $n_F = 2250$ Windungen und die Länge $l_F = 60$ cm.

a) In der Feldspule befindet sich eine Induktionsspule von kreisförmigem Querschnitt ($n_{ind} = 1500$), deren Achse parallel zu der der Feldspule ist. Berechnen Sie die Induktionsspannung U_{ind}, wenn der Radius der Induktionsspule $r_{ind} = 3$ cm beträgt.

b) Die Feldspule ist von einer äußeren Induktionsspule mit $n_{ind} = 1500$ und $r_{ind} = 9$ cm umgeben. Berechnen Sie die Flussänderung $\Delta\Phi$ in der Induktionsspule während des Stromanstiegs und damit die induzierte Spannung U_{ind}.

In einer zylindrischen Feldspule mit $n = 600$ Windungen und der Länge $l = 45$ cm befindet sich eine kurze Induktionsspule mit $n_{ind} = 2400$ Windungen und $A_{ind} = 6{,}8\ \text{cm}^2$. Berechnen Sie die Zeit Δt, in der die Stromstärke in der Feldspule gleichmäßig von 0 auf 1 A anwachsen muss, damit in der Induktionsspule eine Spannung von $U_{ind} = 5$ mV induziert wird.