Wdh. Kreisbewegungen

Zusammenfassung:	$f = \frac{1}{T}$	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$	$v = r \cdot \omega$

Betrag der Momentanbeschleunigung
Für $\Delta\varphi \rightarrow 0$ geht in dem Vektordreieck der nebenstehenden Animation die Länge der Sekante $\Delta\vec{v}$ in die Länge des Bogens $v \cdot \Delta\varphi$ über. Somit lässt sich der Betrag der Momentanbeschleunigung schreiben:

$$a_r = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_r = \frac{v \cdot \Delta\varphi}{\Delta t}$$

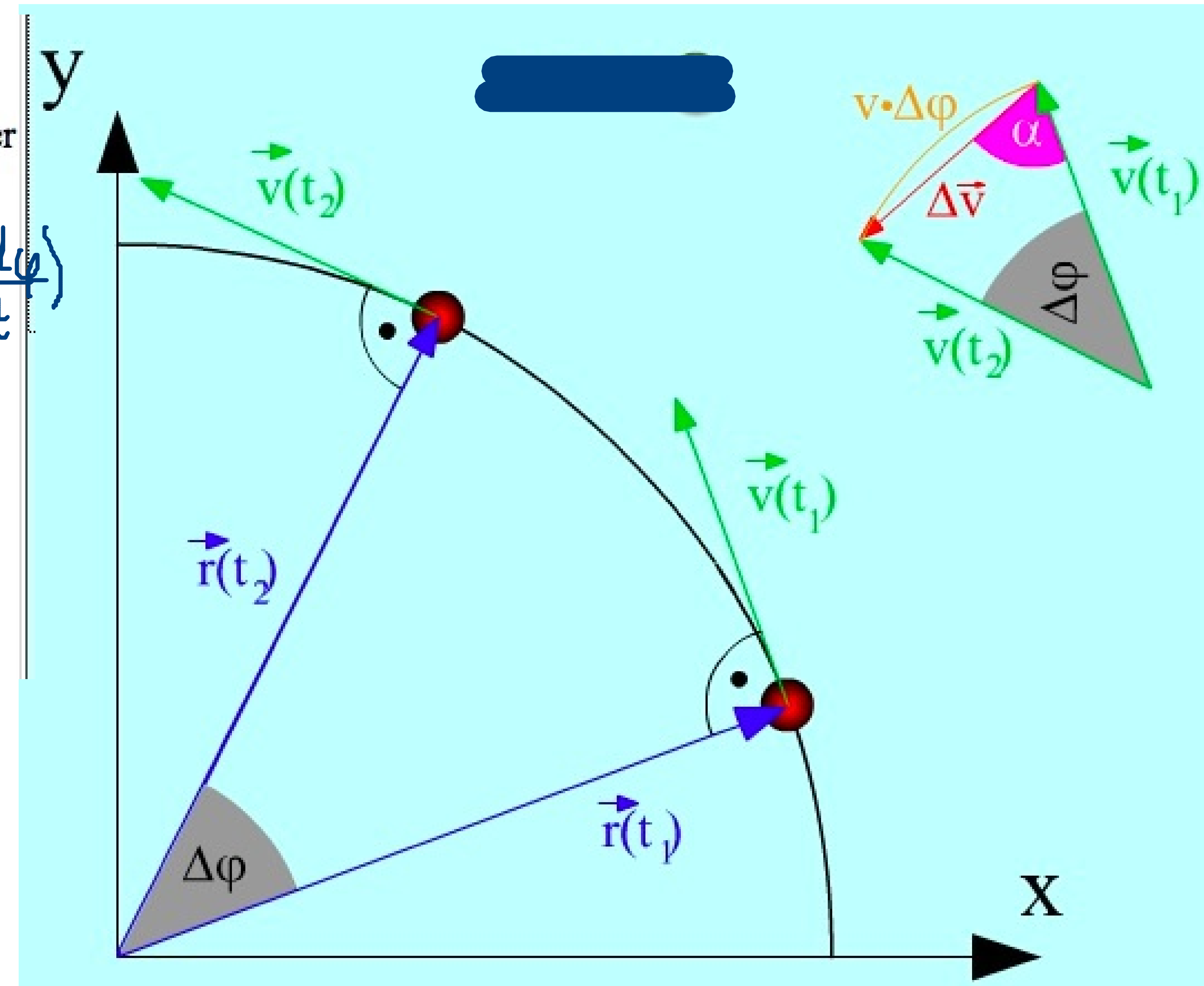
(eigtl $a_r = \frac{v\, d\varphi}{dt}$)

$$a_r = v \cdot \omega \Rightarrow a_r = r \cdot \omega^2$$

oder wegen $\omega = \frac{v}{r}$:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow F_r = m\, a_r = m \frac{v^2}{r}$$



Bestimmung der Elektronenmasse mit dem Fadenstrahlrohr

Die Kraft, die nötig ist, um die Elektronen auf eine Kreisbahn zu zwingen, ist in diesem Fall die Lorentzkraft. Diese muss so groß sein:

$$F_r = m\frac{v^2}{r}$$

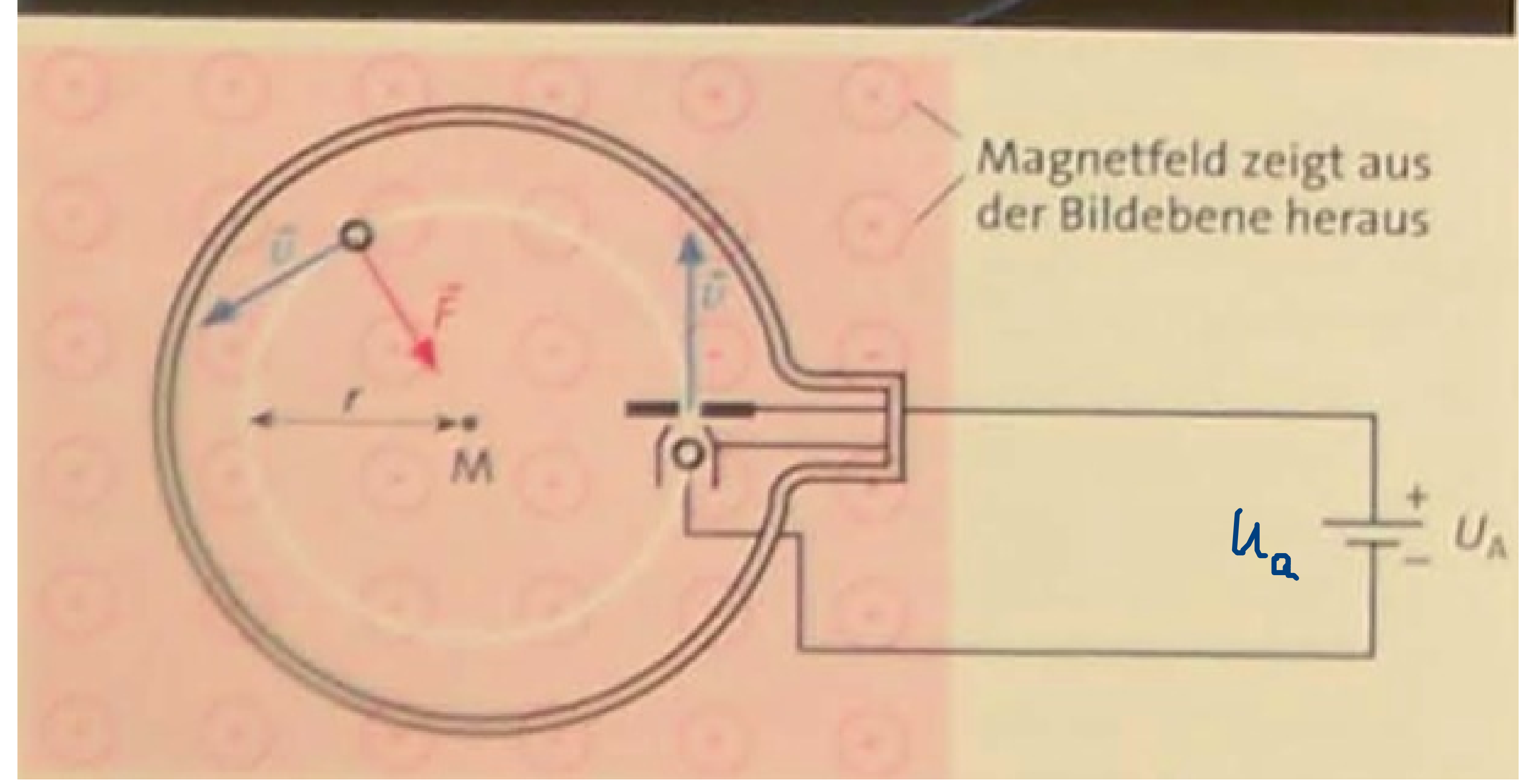
$$\Rightarrow q v \cdot B = m\frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{q U_a \cdot 2}{m}} \quad \left(\text{wg. } \frac{1}{2} m v^2 = q \cdot U_a\right)$$

$$q B = \frac{m v}{r} \quad \text{(„hoch 2")}$$

$$\Rightarrow q^2 B^2 = \frac{m^2 v^2}{r^2} = \frac{m^2 q U_a 2}{m r^2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{r^2 q B^2}{2 U_a} = m}}$$



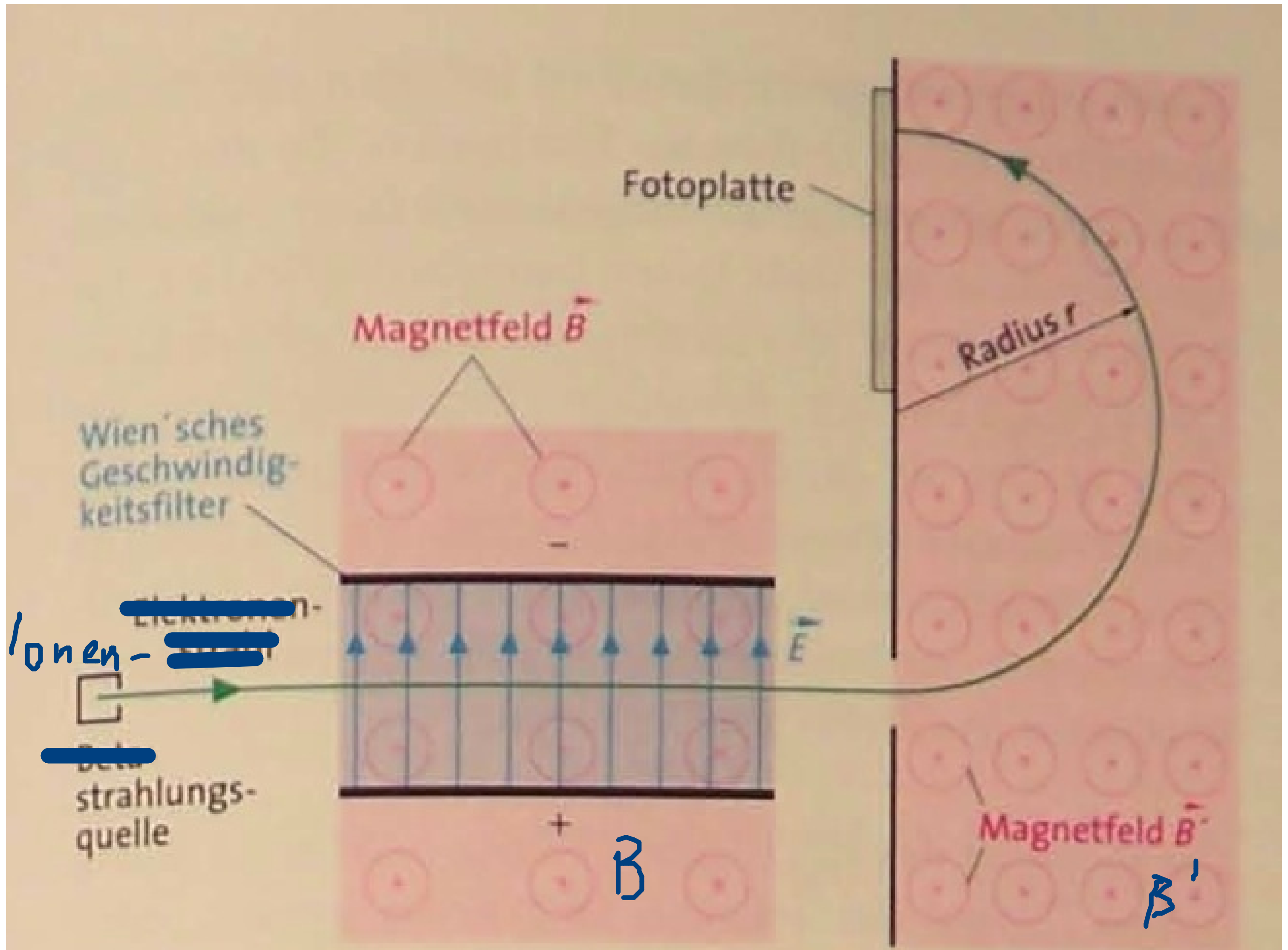
Bestimmung der Elektronenmasse mit dem Fadenstrahlrohr

$$\frac{r^2 q}{2} \frac{B^2}{U_a} = m$$

U_a/V	d/cm	r/m	I/A	B/mT	B/T	m/kg
258	10	0,05	1,40	1,15E+00	1,15E-03	1,03E-30
	8	0,04	1,75	1,46E+00	1,46E-03	1,06E-30
	6	0,03	2,36	1,92E+00	1,92E-03	1,03E-30
	4	0,02	3,60	2,94E+00	2,94E-03	1,07E-30
299	10	0,05	1,52	1,30E+00	1,30E-03	1,13E-30
	8	0,04	1,89	1,61E+00	1,61E-03	1,11E-30
	6	0,03	2,55	2,13E+00	2,13E-03	1,09E-30
	4	0,02	3,88	3,18E+00	3,18E-03	1,08E-30
195	10	0,05	1,22	1,03E+00	1,03E-03	1,09E-30
	8	0,04	1,51	1,32E+00	1,32E-03	1,14E-30
	6	0,03	2,05	1,75E+00	1,75E-03	1,13E-30
	4	0,02	3,12	2,57E+00	2,57E-03	1,08E-30
				Mittelwert:		1,087E-30
				Literaturwert:		9,10E-31
				relative Abweichung:		0,19
						19%

Fazit:
Wir haben im Rahmen unserer experimentellen Möglichkeiten die Masse des Elektrons in der Größenordnung 10^{-30} kg gemessen.

Der Massenspektrograph
(Massenspektroskop)



239.1 Massenbestimmung schneller Elektronen: Die gekreuzten Felder wirken als Geschwindigkeitsfilter.

Bei geradlinigem Durchlaufen des Wienfilters:

$$v = \frac{E}{B}$$

$$q \cdot v \, B' = m \frac{v^2}{r} \qquad (F_L = F_Z)$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{m v}{q \, B'} = \frac{m \cdot E}{q \, B' B}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{m = \frac{q \, B \, B' \, r}{E}}$$

Massenspektr.:

$$r = \frac{mv}{qB'} = \frac{m\cdot E}{qB'B}$$

$$m = \frac{qBB'r}{E}$$

HÜ

Erlaubte Hilfsmittel: alles Mögliche (außer dem Nachbarn/der Nachbarin)

1) $$\frac{e}{m} = \frac{2U_a}{B^2 r^2} = 1{,}73\ 10^{11}\ \frac{C}{kg}$$

$$= \frac{2\ 210V}{(9{,}65\ 10^{-4}T)^2 \cdot (0{,}051m)^2}$$

2) $$r = \frac{mv}{qB'} = \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}kg\ \ 7{,}5\ 10^5 \frac{m}{s}}{1{,}6\ 10^{-19}C\ \ 0{,}245T}$$

$$= 0{,}032\,m = 3{,}2\,cm$$

3) $v = \frac{E}{B}$, $E = \frac{U_c}{d}$, $v = \sqrt{\frac{2qU_a}{m}}$

$$\Rightarrow B = \frac{U_c}{d\cdot v} = \frac{U_c}{d\sqrt{2qU_a/m}}$$

$$= 8{,}8\,mT$$

4) $$v = E/B = 239000\,km/s = 2{,}39\cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

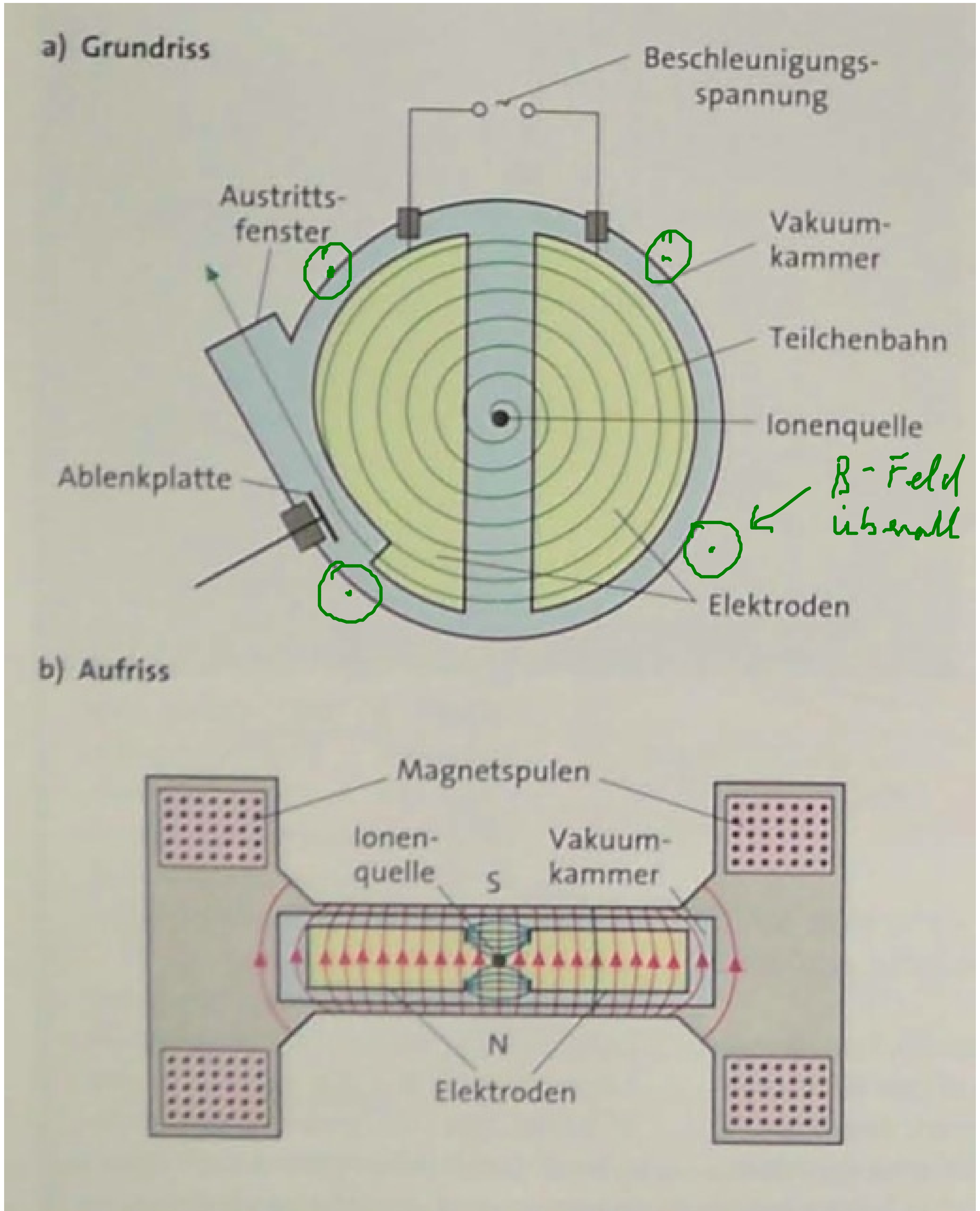
$$m = \frac{qBB'r}{E} = \frac{qB'r}{v} = 1{,}5\ 10^{-30}\,kg$$

Aufgaben

1. Die magnetische Feldstärke im homogenen Teil eines Helmholtz-Spulenfeldes wird mit einer Hall-Sonde zu $B = 9{,}65\cdot 10^{-4}$ T bestimmt. Bei einer Beschleunigungsspannung von $U_A = 210$ V wird im Fadenstrahlrohr der Durchmesser der Kreisbahn zu $d = 10{,}2$ cm gemessen. Berechnen Sie die spezifische Ladung e/m der Elektronen.
2. Ein Proton bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v = 750$ km/s in einem homogenen Magnetfeld der Stärke $B = 245$ mT senkrecht zu den Feldlinien. Berechnen Sie den Radius seiner Kreisbahn.
3. In einem Demonstrationsversuch zum Wien-Filter werden Elektronen in einer Röhre mit $U_A = 1500$ V beschleunigt. Am Kondensator (Plattenabstand $d = 5$ cm) des Geschwindigkeitsfilters liegt die Spannung $U_C = 10{,}1$ kV.
   ~~a) Erklären Sie die Wirkungsweise des Wien-Filters.~~
   b) Ermitteln Sie die magnetische Feldstärke B, welche die Elektronen unabgelenkt passieren lässt.
4. In einem Experiment nach **Abb. 239.1** zur Massenbestimmung schneller Elektronen beträgt die magnetische Feldstärke $B = B' = 8{,}79$ mT, die elektrische Feldstärke $E = 2{,}1\cdot 10^6$ V/m und der Kreisbahnradius $r = 25{,}6$ cm. Berechnen Sie die Geschwindigkeit v der Elektronen und deren Masse m.

$$E_{pot} = E_{kin} \Leftrightarrow qU_a = \frac{1}{2}mv^2$$

Das Zyklotron



240.1 Zyklotron mit den D-förmigen Elektroden

In den D-förmigen Elektroden wirkt kein elektrisches Feld, d.h. Beschleunigung im Sinne von Geschw. -Zuwachs erfahren die Teilchen nur zwischen den D-Elektroden. (Ablenkung durch Lorentzkraft überall, zwichen den D-Elektr. vernachlässigbar: "schmaler Spalt".)

$$QvB = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 \cdot r = m\omega v$$

$(F_L = F_Z)$ $(v = \omega \cdot r)$

$$\Leftrightarrow \quad \omega = \frac{QB}{m} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi m}{BQ}$$

$\left(\omega = \frac{2\pi}{T}\right)$

2 In einem Zyklotron ist der maximale Krümmungsradius der Bahnkurve von geladenen Teilchen $R = 0{,}8$ m. Die magnetische Feldstärke beträgt $B = 1{,}5$ T. Welche Potentialdifferenz müssten Protonen in einem elektrischen Feld durchlaufen, damit sie dieselbe Endgeschwindigkeit wie in dem Zyklotron erhalten?

3 Ein Zyklotron gibt α-Teilchen mit einer Energie von $2{,}5 \cdot 10^{-12}$ J ab. Die magnetische Feldstärke beträgt 2 T. Berechnen Sie den größten Krümmungsradius der Bahnkurven dieser α-Teilchen.

2. Ein Teilchen, das eine Spannung U durchläuft, hat danach die kinetische Energie

$$E_{kin}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=Q\cdot U \Leftrightarrow U=\frac{1}{2}\cdot\frac{m}{Q}\cdot v^2 .$$

Im Zyklotron gilt (folgt aus Zentripetalkraft = Lorentzkraft): $\boxed{\omega=\frac{Q\cdot B}{m}}$. Andererseits gilt bei der Kreisbewegung der Zusammenhang zwischen Winkel- und Bahngeschwindigkeit: $\boxed{v=\omega\cdot r}$, sodass wir für die Geschwindigkeit insgesamt erhalten:

$$\boxed{v=\omega\cdot R=\frac{Q\cdot B}{m}\cdot R} .$$

Somit ergibt sich für die gesuchte Spannung:

$$\boxed{U=1/2\cdot m/Q\cdot v^2=\frac{m Q^2 B^2 R^2}{2\cdot Q\cdot m^2}=Q B^2 R^2/2\mathrm{m}=69\,MV}$$

2

3

2 In einem Zyklotron ist der maximale Krümmungsradius der Bahnkurve von geladenen Teilchen R = 0,8 m. Die magnetische Feldstärke beträgt B = 1,5 T. Welche Potentialdifferenz müssten Protonen in einem elektrischen Feld durchlaufen, damit sie dieselbe Endgeschwindigkeit wie in dem Zyklotron erhalten?

E_{kin}

3 Ein Zyklotron gibt α-Teilchen mit einer Energie von $2{,}5\cdot 10^{-12}$ J ab. Die magnetische Feldstärke beträgt 2 T. Berechnen Sie den größten Krümmungsradius der Bahnkurven dieser α-Teilchen.

3. $qvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$ $\Rightarrow r = 28\,\mathrm{cm} \Rightarrow d = 56\,\mathrm{cm} \approx \frac{1}{2}\,\mathrm{m}$

$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}}$

$$\left.\begin{aligned} m &= 4\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \\ q &= 2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \end{aligned}\right\}$$