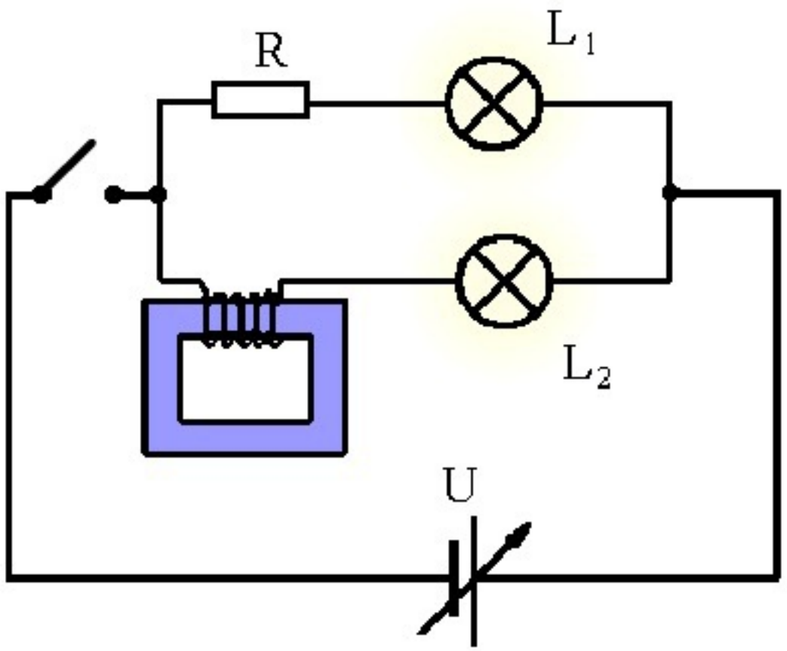
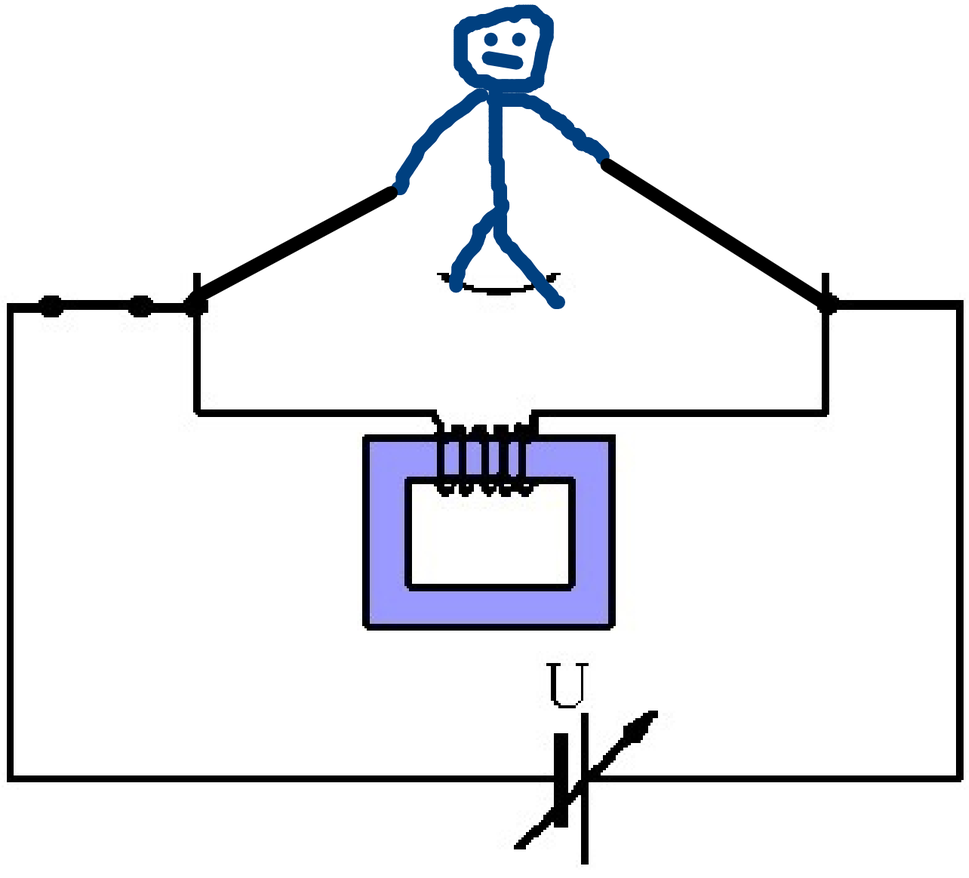
Baut folgende Schaltung auf (richtige Spannung!) und schließt den Schalter. Beobachtung?

Wiederholt das Exp. ohne Eisenkern. Beobachtung?



Baut die Schaltung zunächst ohne Eisenkern auf, die Spannung sollte dabei höchstens 4 V betragen. Öffnet den Schalter! Beobachtung?

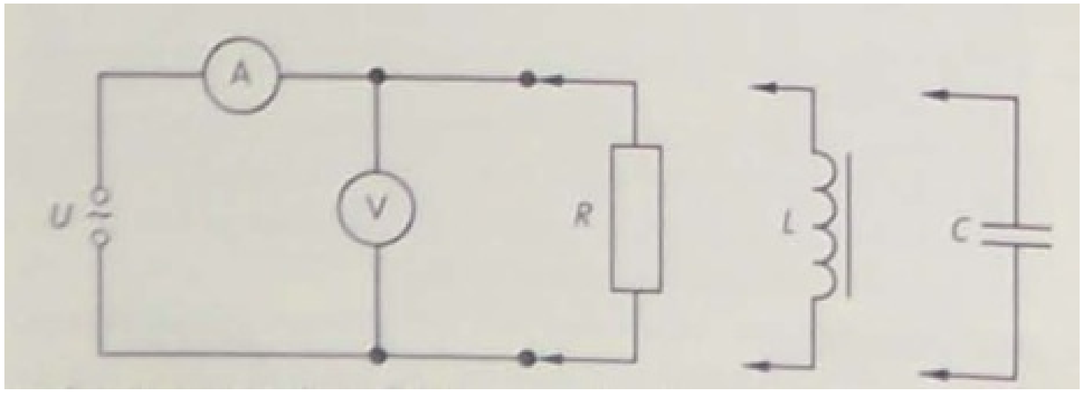
Wiederholt das Experiment mit Eisenkern.



Einige Bemerkungen zur Wechselstromtechnik

(nur für Elektrotechniker relevant)

Man baut nacheinander einen ohmschen Widerst. R, eine Spule mit Induktivität L und einen Kondensator mit Kapazität C in die Schaltung und erzeugt mit der Spannungsquelle einen Strom $i = \hat{i} \sin \omega t$



Am ohmschen Widerstand $u_R = R\hat{i} \sin \omega t$,

an der Spule $u_L = \omega L \hat{i} \sin(\omega t + \pi/2)$,

am Kondensator $u_C = \frac{1}{\omega C} \hat{i} \sin(\omega t - \pi/2)$.

Aus den Gleichungen folgt für die Scheitelwerte

$\hat{u}_R = R\hat{i}$, $\hat{u}_L = \omega L \hat{i}$, $\hat{u}_C = \frac{1}{\omega C}\hat{i}$.

Die Division durch $\hat{i}$ liefert die Impedanzen Z:

Für die Spannungen an den Bauteilen gilt u = R i, u = - L di/dt und u = q/C .

Die Ableitung von i bei der Spule und die Stammfunktion beim Kondensator liefern cos bzw. -cos, die man auch als sin mit Phasenverschiebung schreiben kann.

Impedanz eines ohmschen Widerstandes

$$Z = \frac{\hat{u}_R}{\hat{i}} = R$$

Impedanz einer eisenlosen Spule

$$Z = \frac{\hat{u}_L}{\hat{i}} = \omega L = 2\pi f L = X_L$$

Impedanz eines Kondensators

$$Z = \frac{\hat{u}_C}{\hat{i}_C} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = X_C$$

Bei einer **Reihenschaltung** von Wechselstromwiderständen werden deren Spannungszeiger im Phasendiagramm addiert, indem die einzelnen Spannungszeiger relativ zum gemeinsamen Stromzeiger dargestellt werden. Die Impedanz Z wird aus R, $X_L = \omega L$ und $X_C = 1/\omega C$ berechnet nach:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zwischen dem Strom i und der Summe der Spannung $u = u_R + u_L + u_C$ über den Widerständen berechnet sich zu:

$$\tan \Delta\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Bei einer **Parallelschaltung** von R, L und C addieren sich im Phasendiagramm die Stromzeiger, die relativ zum gemeinsamen Spannungszeiger eingezeichnet werden. Die Impedanz Z und die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ werden nach folgenden Formeln berechnet:

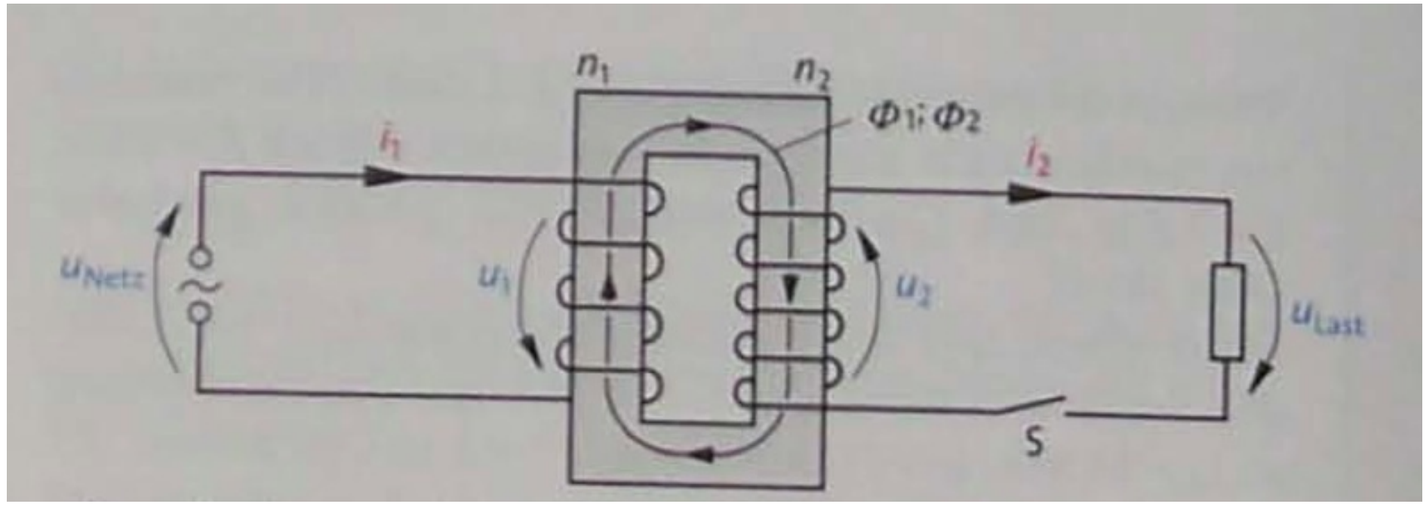
$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}$$

$$\tan \Delta\varphi = \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{\frac{1}{R}}$$

Der (unbelastete) Transformator

Das Transformatorgesetz folgt aus dem Induktionsgesetz:

Ein in der Primärspule fließender Wechselstrom i(t) ruft im Eisenkern einen magnetischen Wechselfluss ϕ(t) hervor, der beide Spulen in gleicher Weise durchsetzt.



$$u_1 = -n_1 \dot{\phi} \quad \text{und} \quad u_2 = -n_2 \dot{\phi} \quad \Rightarrow \quad \frac{u_1}{n_1} = \frac{u_2}{n_2} \Leftrightarrow \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Bsp.: $u_1 = 230\,V$, $n_1 = 500$, $n_2 = 23000$

$$\Rightarrow u_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot u_1 = 46 \cdot 230\,V \approx 12000\,V$$

Idealisiert überträgt der Trafo die komplette Leistung, die primär eingespeist wird:

$$P_1 = u_1 i_1 = u_2 i_2 = P_2 \Leftrightarrow \frac{i_2}{i_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Bsp. $u_1 = 230\,V$, $n_1 = 500$, $n_2 = 5$, $i_1 = 2\,A$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot i_1 = 200\,A$$

(Das ist lediglich eine Abschätzung, weil der Trafo extrem belastet ist und die Idealisierung zu grob ist.)

(Der belastete Trafo ist wieder nur etwas für Elektrotechniker ;-)

2. $T = 0{,}97\,s$

3. $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$\Leftrightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C}$

$= 27\,mH$

Aufgaben

1. Geben Sie die analogen Größen und Gleichungen für elektrische und mechanische Schwingungen an.
2. Berechnen Sie die Schwingungsdauer T des Schwingkreises in Versuch 1. Die Spule hat die Induktivität $L = 600$ H und der Kondensator die Kapazität $C = 40$ µF.
3. Ein Schwingkreis soll mit der Frequenz $f = 2{,}5$ kHz schwingen. Berechnen Sie die Induktivität L der Spule, wenn die Kapazität des Kondensators $C = 150$ nF beträgt.
4. Stellen Sie zur Herleitung der Thomson'schen Gleichung eine analoge Herleitung für das Federpendel auf.

287

1.

elektr. Schw.	mech. Schw.
$E_{el} = \frac{1}{2} C \hat{u}^2 = \frac{1}{2C} \hat{q}^2$	$E_{sp} = \frac{1}{2} D \hat{s}^2$
L	m
$E_m = \frac{1}{2} L \hat{i}^2$	$E_{kin} = \frac{1}{2} m \hat{v}^2$
$E_{el} + E_m = konst.$	$E_{sp} + E_{kin} = konst.$
$i = \frac{dq}{dt}$	$v = \frac{ds}{dt}$
q	s
$1/C$	D

4.

$$\frac{q}{C} + L \cdot \frac{di}{dt} = 0 \qquad | \text{Abl.}$$

$$\Rightarrow i/C + L \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = -\frac{1}{LC} i \qquad (*)$$

(sg. (gesuchte): $i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t)$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = \hat{i} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 i}{dt^2} = \hat{i} \cdot \omega \cdot (-\omega) \cdot \sin(\omega t)$$

$$= -\omega^2 \cdot i \qquad (**)$$

Vgl. (*) u. (**): $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

mech.

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{m/D}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$$

Das muss die Lsg. sein aufgrund der Analogiebetrachtung:

Aber so sollte man die Aufg. eigentlich lösen:

Nr. 4

Die Kraft, die auf eine Feder wirkt, wird mit dem Hook'schen Gesetz folgendermaßen beschrieben: $F = -Ds$, wobei D die Federkonstante und s die Strecke, um die die Feder verlängert wird ist. Bei einer harmonischen Schwingung ist s gleich der Elongation y, also kann man für die Kraft auch $F = -Dy$ schreiben. Das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Richtung der Kraft und die Auslenkung der Feder in entgegengesetzte Richtungen gerichtet sind.
Kräfte können allgemein auch mit $F = ma$ beschrieben werden. Daraus ergibt sich die Gleichung $-Dy = ma \Leftrightarrow a = -\frac{D}{m} \cdot y$. Diese Gleichung ist eine Differenzialgleichung, weil die Beschleunigung die zweite Ableitung nach der Zeit der Elongation ist. Somit gilt: $\ddot{y} = -\frac{D}{m} \cdot y$. Die zweite Ableitung ist also proportional zur Funktion der Elongation, aber der Proportionalitätsfaktor ist negativ. Diese Voraussetzungen werden von einer Sinusfunktion erfüllt. Dabei erhält man den Faktor -1 durch Ableiten, der Quotient D/m ist das Quadrat des Vorfaktors inneren Funktion.
Somit gilt für die Funktion der Elongation: $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\sqrt{\frac{D}{m}} \cdot t)$.
Da gleichzeitig gilt $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t)$, ist $\omega = \sqrt{D/m}$. Für die Winkelgeschwindigkeit gilt $\omega = 2\pi f$. Folglich kann die Frequenz, mit der das Federpendel schwingt, mit der Formel $f = \frac{\sqrt{D/m}}{2\pi}$ berechnet werden.

<-- 30.4.2013