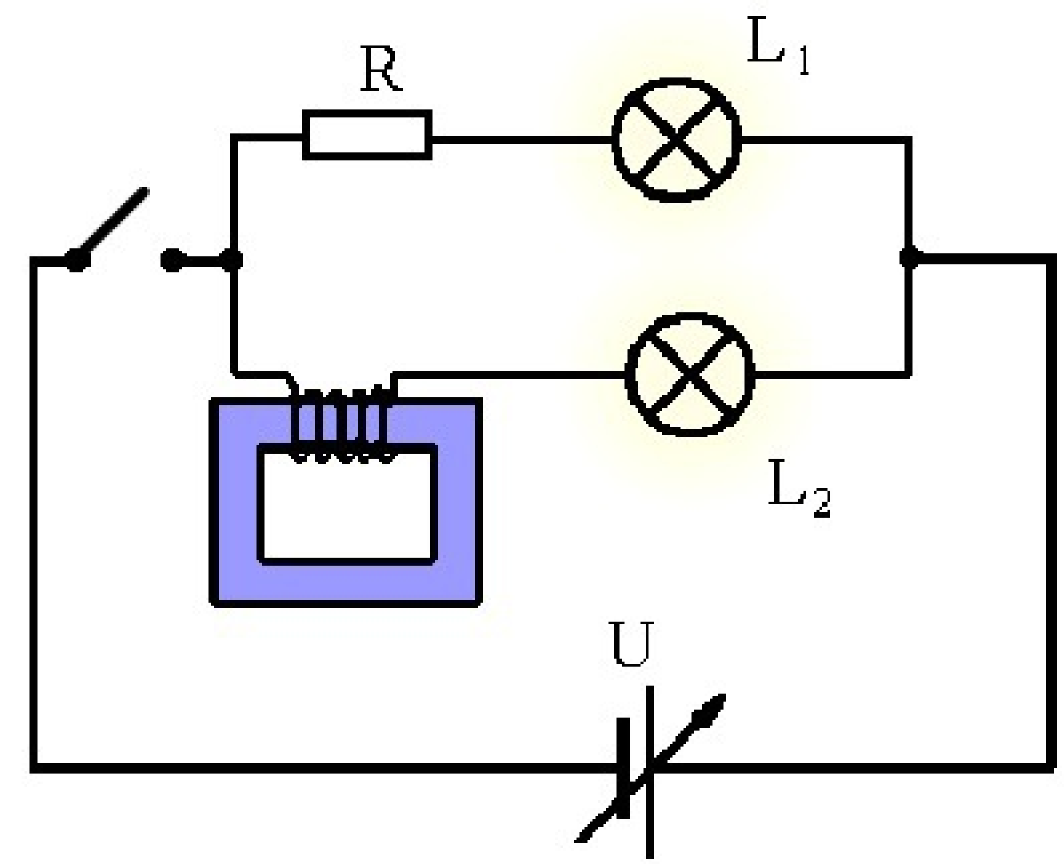
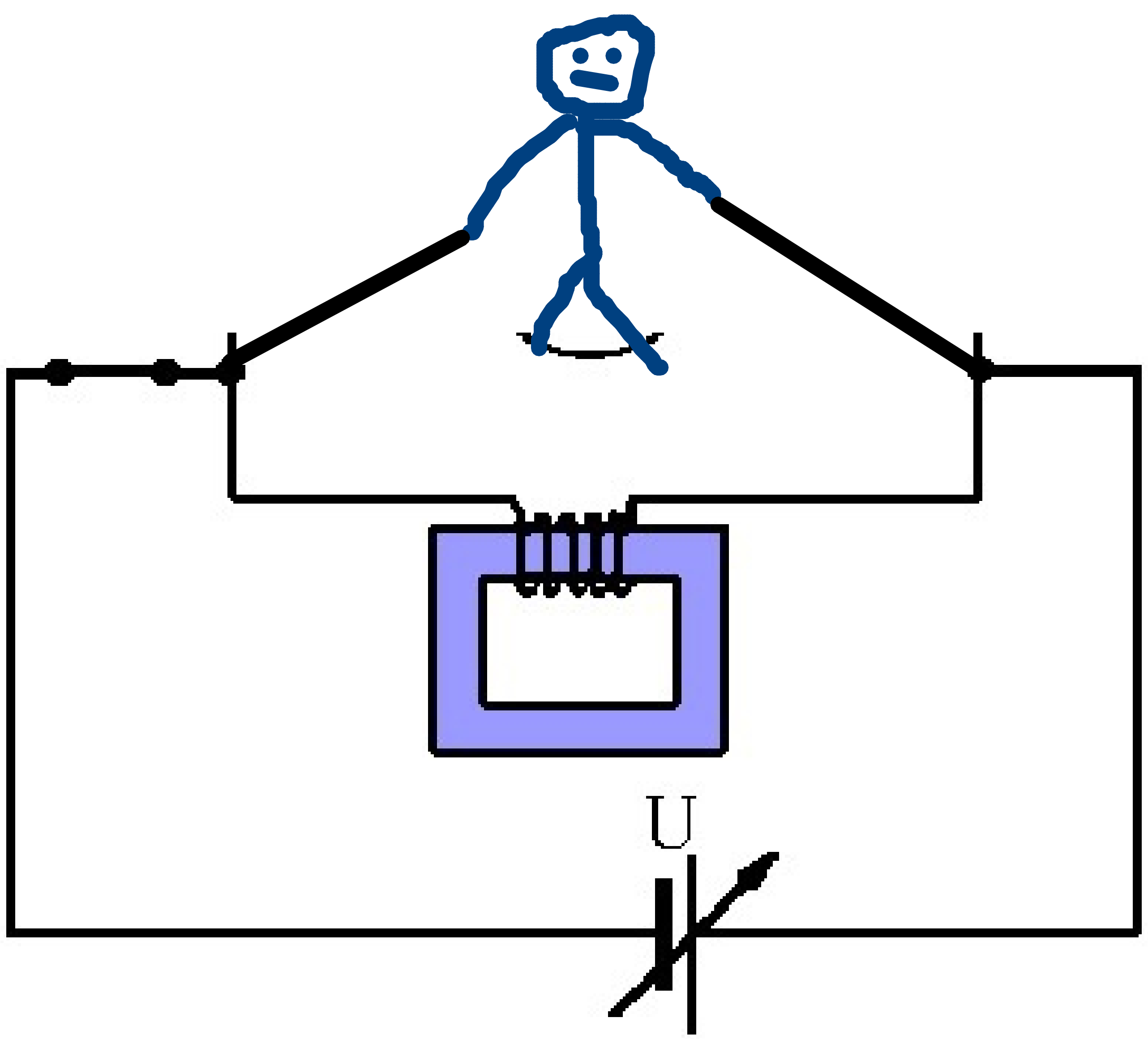
Baut folgende Schaltung auf (richtige Spannung!) und schließt den Schalter. Beobachtung?

Wiederholt das Exp. ohne Eisenkern. Beobachtung?



Baut die Schaltung zunächst ohne Eisenkern auf, die Spannung sollte dabei höchstens 4 V betragen. Öffnet den Schalter! Beobachtung?

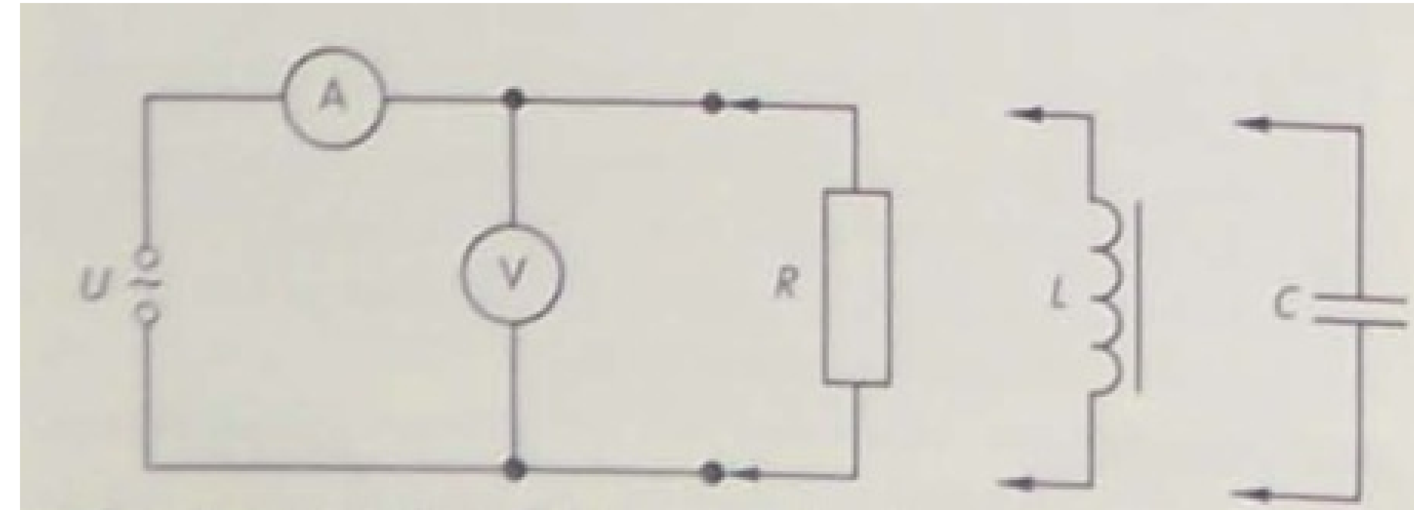
Wiederholt das Experiment mit Eisenkern.



Einige Bemerkungen zur Wechselstromtechnik

(nur für Elektrotechniker relevant)

Man baut nacheinander einen ohmschen Widerst. R, eine Spule mit Induktivität L und einen Kondensator mit Kapazität C in die Schaltung und erzeugt mit der Spannungsquelle einen Strom $i = \hat{i}\,\sin \omega t$



Am ohmschen Widerstand $u_R = R\,\hat{i}\,\sin \omega t$,

an der Spule $u_L = \omega L\,\hat{i}\,\sin(\omega t + \pi/2)$,

am Kondensator $u_C = \frac{1}{\omega C}\hat{i}\,\sin(\omega t - \pi/2)$.

Aus den Gleichungen folgt für die Scheitelwerte

$\hat{u}_R = R\,\hat{i}$, $\hat{u}_L = \omega L\,\hat{i}$, $\hat{u}_C = \frac{1}{\omega C}\hat{i}$.

Die Division durch $\hat{i}$ liefert die Impedanzen Z:

Für die Spannungen an den Bauteilen gilt u = R i, $\boxed{u = - L\ di/dt}$ und u = q/C .

Die Ableitung von i bei der Spule und die Stammfunktion beim Kondensator liefern cos bzw. -cos, die man auch als sin mit Phasenverschiebung schreiben kann.

Impedanz eines ohmschen Widerstandes

$$Z = \frac{\hat{u}_R}{\hat{i}} = R$$

Impedanz einer eisenlosen Spule

$$Z = \frac{\hat{u}_L}{\hat{i}} = \omega L = 2\pi f L = X_L$$

Impedanz eines Kondensators

$$Z = \frac{\hat{u}_C}{\hat{i}_C} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = X_C$$

Bei einer **Reihenschaltung** von Wechselstromwiderständen werden deren Spannungszeiger im Phasendiagramm addiert, indem die einzelnen Spannungszeiger relativ zum gemeinsamen Stromzeiger dargestellt werden. Die Impedanz Z wird aus R, $X_L = \omega L$ und $X_C = 1/\omega C$ berechnet nach:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ zwischen dem Strom i und der Summe der Spannung $u = u_R + u_L + u_C$ über den Widerständen berechnet sich zu:

$$\tan \Delta\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Bei einer **Parallelschaltung** von R, L und C addieren sich im Phasendiagramm die Stromzeiger, die relativ zum gemeinsamen Spannungszeiger eingezeichnet werden. Die Impedanz Z und die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ werden nach folgenden Formeln berechnet:

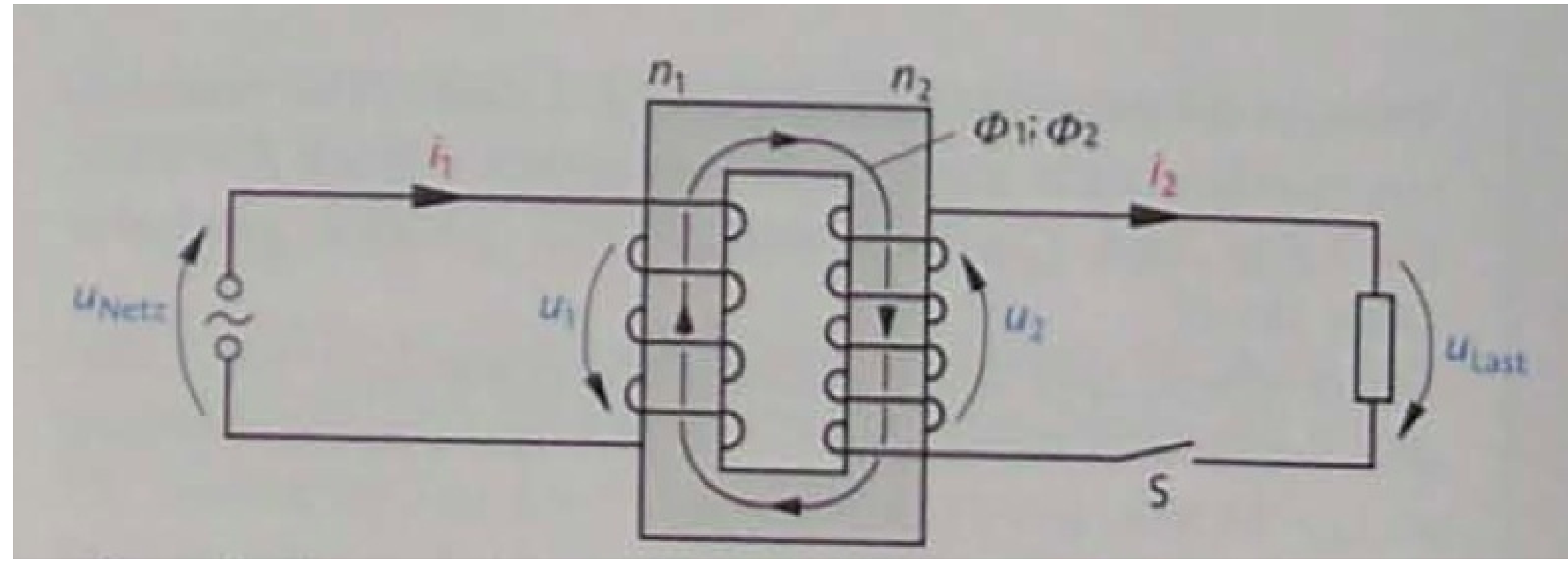
$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}$$

$$\tan \Delta\varphi = \frac{\frac{1}{\omega L} - \omega C}{\frac{1}{R}}$$

Der (unbelastete) Transformator

Das Transformatorgesetz folgt aus dem Induktionsgesetz:

Ein in der Primärspule fließender Wechselstrom i(t) ruft im Eisenkern einen magnetischen Wechselfluss ϕ(t) hervor, der beide Spulen in gleicher Weise durchsetzt.



$$u_1 = -n_1 \dot{\phi} \quad \text{und} \quad u_2 = -n_2 \dot{\phi} \quad \Rightarrow \quad \frac{u_1}{n_1} = \frac{u_2}{n_2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2}}$$

Bsp.: $u_1 = 230\,V, \; n_1 = 500, \; n_2 = 23000$

$$\Rightarrow u_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot u_1 = 46 \; 230\,V \approx 12000\,V$$

Idealisiert überträgt der Trafo die komplette Leistung, die primär eingespeist wird:

$$P_1 = u_1 i_1 = u_2 i_2 = P_2 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{i_2}{i_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2}}$$

Bsp. $u_1 = 230\,V, \; n_1 = 500, \; n_2 = 5, \; i_1 = 2\,A$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{n_1}{n_2} \, i_1 = 200\,A$$

(Das ist lediglich eine Abschätzung, weil der Trafo extrem belastet ist und die Idealisierung zu grob ist.)

(Der belastete Trafo ist wieder nur etwas für Elektrotechniker ;-)

Der elektromagnetische Schwingkreis

$T \sim L$

$\Rightarrow f \sim \frac{1}{L}$?

$L = 500\,H$

$\frac{C_1}{C_2} = 0{,}47$ $C_1 = 470\,\mu F$: $T_1 = 3{,}6\,s$ $\frac{T_1}{T_2} = 0{,}63$

$\frac{C_2}{C_3} = 45$ $C_2 = 1000\,\mu F$: $T_2 = 5{,}78\,s$ $\frac{T_2}{T_3} = 7{,}4\,s$

$C_3 = 22\,\mu F$: $T_3 = 0{,}78\,s$

---

nach Abl. d. Maschenregel

$$\frac{1}{C}\,i + L \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 i}{dt^2} = -\frac{1}{LC} \cdot i$$, d.h. 2. Abl. v. $i \sim i$

2. $T = 0{,}97\,s$

3. $\boxed{f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$

$\Leftrightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C}$

$= 27\,mH$

Aufgaben

1. Geben Sie die analogen Größen und Gleichungen für elektrische und mechanische Schwingungen an.
2. Berechnen Sie die Schwingungsdauer T des Schwingkreises in Versuch 1. Die Spule hat die Induktivität $L = 600$ H und der Kondensator die Kapazität $C = 40\,\mu$F.
3. Ein Schwingkreis soll mit der Frequenz $f = 2{,}5$ kHz schwingen. Berechnen Sie die Induktivität L der Spule, wenn die Kapazität des Kondensators $C = 150$ nF beträgt.
4. Stellen Sie zur Herleitung der Thomson'schen Gleichung eine analoge Herleitung für das Federpendel auf.

287

1.

elektr. Schw.	mech. Schw.
$E_{el} = \frac{1}{2} C \hat{u}^2 = \frac{1}{2C} \hat{q}^2$	$E_{sp} = \frac{1}{2} D \hat{s}^2$
L	m
$E_m = \frac{1}{2} L \hat{i}^2$	$E_{kin} = \frac{1}{2} m \hat{v}^2$
$E_{el} + E_m = konst$	$E_{sp} + E_{kin} = konst.$
$i = \frac{dq}{dt}$	$v = \frac{ds}{dt}$
q	s
$1/C$	D

4.

$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0 \quad |\, Abl.$

$\Rightarrow i/C + L \frac{d^2 i}{dt^2} = 0$

$\frac{d^2 i}{dt^2} = -\frac{1}{LC} i \quad (*)$

Lsg. (geraten): $i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t)$

$\Rightarrow \frac{di}{dt} = \hat{i} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$

$\Rightarrow \frac{d^2 i}{dt^2} = \hat{i} \cdot \omega \cdot (-\omega) \sin(\omega t)$

$= -\omega^2 \cdot i \quad (**)$

Vgl (*) u. (**): $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

mech

$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{m/D}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$

Das muss die Lsg. sein aufgrund der Analogiebetrachtung:

Aber so sollte man die Aufg. eigentlich lösen:

Nr. 4

Die Kraft, die auf eine Feder wirkt, wird mit dem Hook'schen Gesetz folgendermaßen beschrieben: $F = -Ds$, wobei D die Federkonstante und s die Strecke, um die die Feder verlängert wird ist. Bei einer harmonischen Schwingung ist s gleich der Elongation y, also kann man für die Kraft auch $F = -Dy$ schreiben. Das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Richtung der Kraft und die Auslenkung der Feder in entgegengesetzte Richtungen gerichtet sind.
Kräfte können allgemein auch mit $F = ma$ beschrieben werden. Daraus ergibt sich die Gleichung $-Dy = ma \Leftrightarrow a = -\frac{D}{m} \cdot y$. Diese Gleichung ist eine Differenzialgleichung, weil die Beschleunigung die zweite Ableitung nach der Zeit der Elongation ist. Somit gilt: $\ddot{y} = -\frac{D}{m} \cdot y$. Die zweite Ableitung ist also proportional zur Funktion der Elongation, aber der Proportionalitätsfaktor ist negativ. Diese Voraussetzungen werden von einer Sinusfunktion erfüllt. Dabei erhält man den Faktor -1 durch Ableiten, der Quotient D/m ist das Quadrat des Vorfaktors inneren Funktion.
Somit gilt für die Funktion der Elongation: $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\sqrt{\frac{D}{m}} \cdot t)$.
Da gleichzeitig gilt $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t)$, ist $\omega = \sqrt{D/m}$. Für die Winkelgeschwindigkeit gilt $\omega = 2\pi f$. Folglich kann die Frequenz, mit der das Federpendel schwingt, mit der Formel $f = \frac{\sqrt{D/m}}{2\pi}$ berechnet werden.

Die Maxwellgleichungen

Entstehung und Ausbreitung elektromagnetischer ("em.") Wellen

$$\boxed{U_{ind} = -N \cdot \dot{\phi}} = -N \frac{d}{dt}\left(\vec{B} \cdot \vec{A}\right)$$ Induktionsgesetz $\left(\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = \text{magn. Fluss}\right)$

$$dA := \lim_{\Delta A \to 0} \Delta A \quad , \quad \phi = \lim_{\Delta A \to 0} \sum B_{i,n} \cdot \Delta A$$

"ist definiert als"

$$=: \int_{\text{Fläche } A} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

= magn. Fluss im allg. Fall (inhomogenes Feld)

Im Kapitel "Potential und Spannung im homogenen elektrischen Feld" (S. 198) haben wir gelernt, dass für die Spannung im homogenen Feld U = E d gilt.
Im inhomogenen Feld müssen wir, analog zu den Überlegungen zum magn. Fluss, wieder über kleine "Abschnitte", diesmal Wegstrecken integrieren (vgl. "Potential im radialsymmetrischen Feld", S. 200):

$$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

(radialsymm.: $U = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$)

("dr", weil hier der Weg entlang eines Radius verläuft)

Bei der Induktion verläuft der Integrationsweg entlang des "Randes von A" (vgl. Abb. 264.1 u. 2):

$$U_{ind} = \oint_{\text{um } \vec{A}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -N \dot{\phi} \quad \text{(Induktionsgesetz)}$$

$$\underset{(N=1)}{=} -\frac{d}{dt} \int_{\vec{A}} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Das Linienintegral der elektrischen Feldstärke $\vec{E}$ längs des Randes einer Fläche $\vec{A}$ ist gleich der negativen zeitlichen Änderung der magnetischen Feldstärke $\vec{B}$ in der umlaufenen Fläche:

$$U_{ind} = \oint_{\text{Rand von } A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_{\text{Fläche } A} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Das Amperesche Durchflutungsgesetz (S. 248) zusammen mit der Überlegung, dass das veränderliche E-Feld bei der Auf- und Entladung eines Kondensators durch einen "Verschiebungsstrom" interpretiert werden kann, führt zu einer analogen Gleichung. Zusammengefasst in den Maxwellschen Gleichungen ("in integraler Form"):

1. Maxwell'sche Gleichung

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}\right)$$

2. Maxwell'sche Gleichung

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

"Verschiebungsstrom": siehe S. 265

Dass in der 2. Gl. eine I entspr. Größe fehlt, weist darauf hin, dass es keine magnetischen Monopole gibt. Ansonsten "besticht" das System durch eine vollendete Symmetrie.
Es ist in der Lage, alle elektromagnetischen Phänomene mathematisch zu beschreiben und verschiedene Vorhersagen zu machen, z.B. die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen (s. S. 266f).

Stehende Wellen

Auf einem Dipol oder auf einem eingespannten Seil (oder auf einer Saite, oder in einer Flöte ...) können sich stehende Wellen bilden. Dabei gelten folgende Beziehungen:

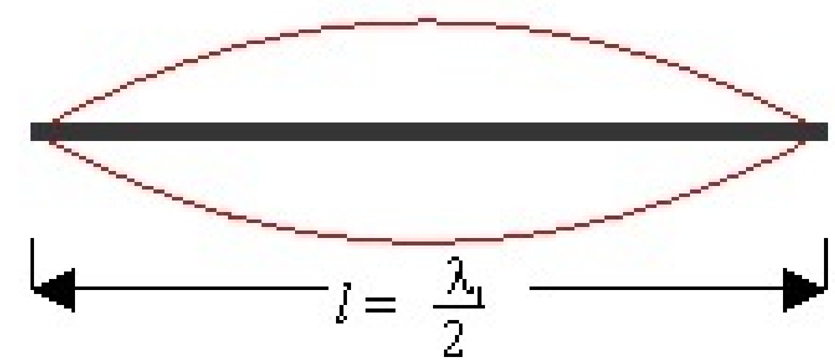
$\lambda = 2l$ bzw l bzw $\frac{2}{3}l$ usw.

allg $l = n\,\frac{\lambda}{2}$, mit $n = 1, 2, 3, \ldots$

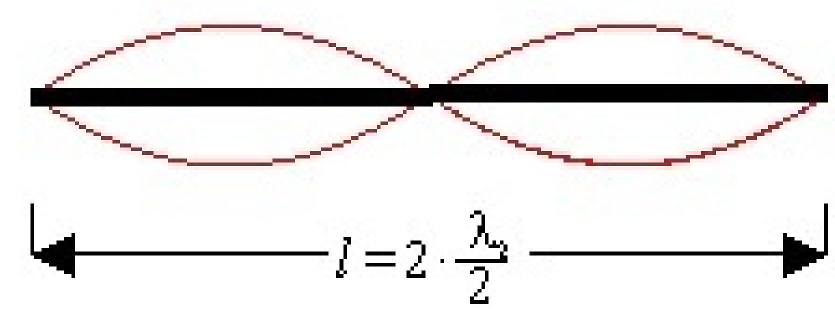
$\Leftrightarrow \lambda = \frac{2l}{n}$

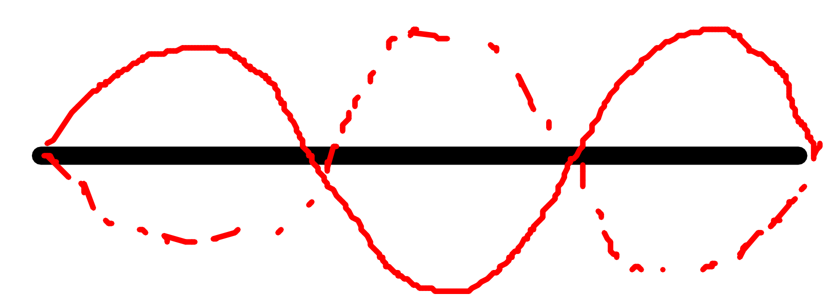
$c = \lambda \cdot f$ (c materialabh)

Grundschwingung

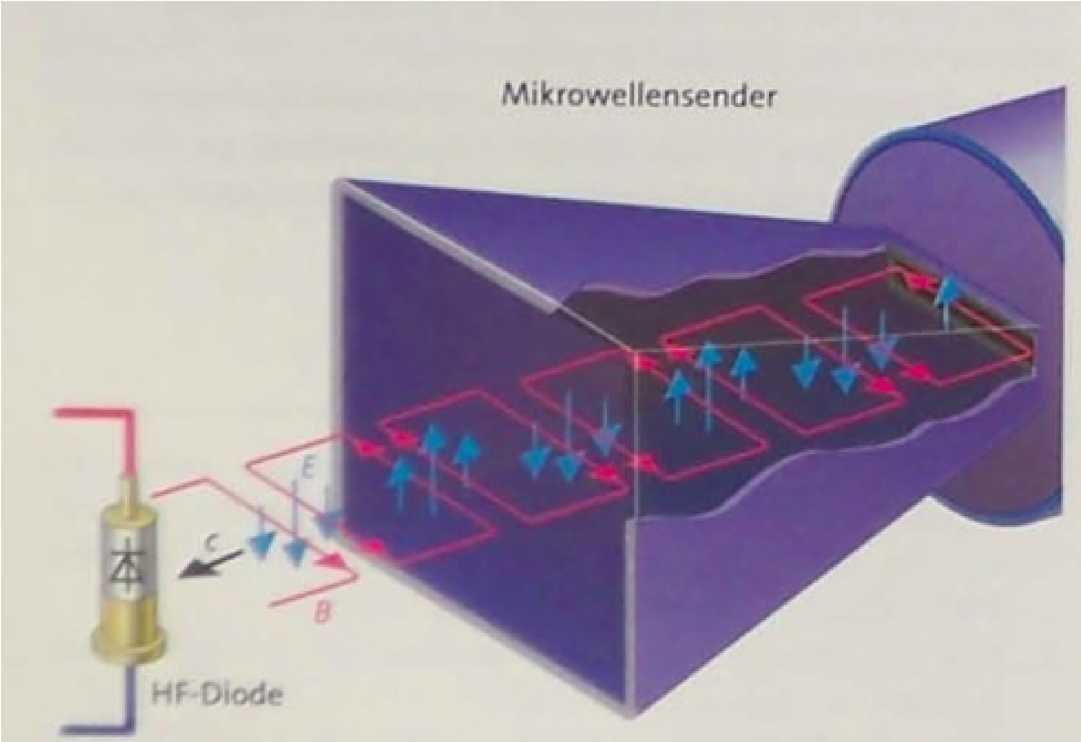


1. Oberschwingung

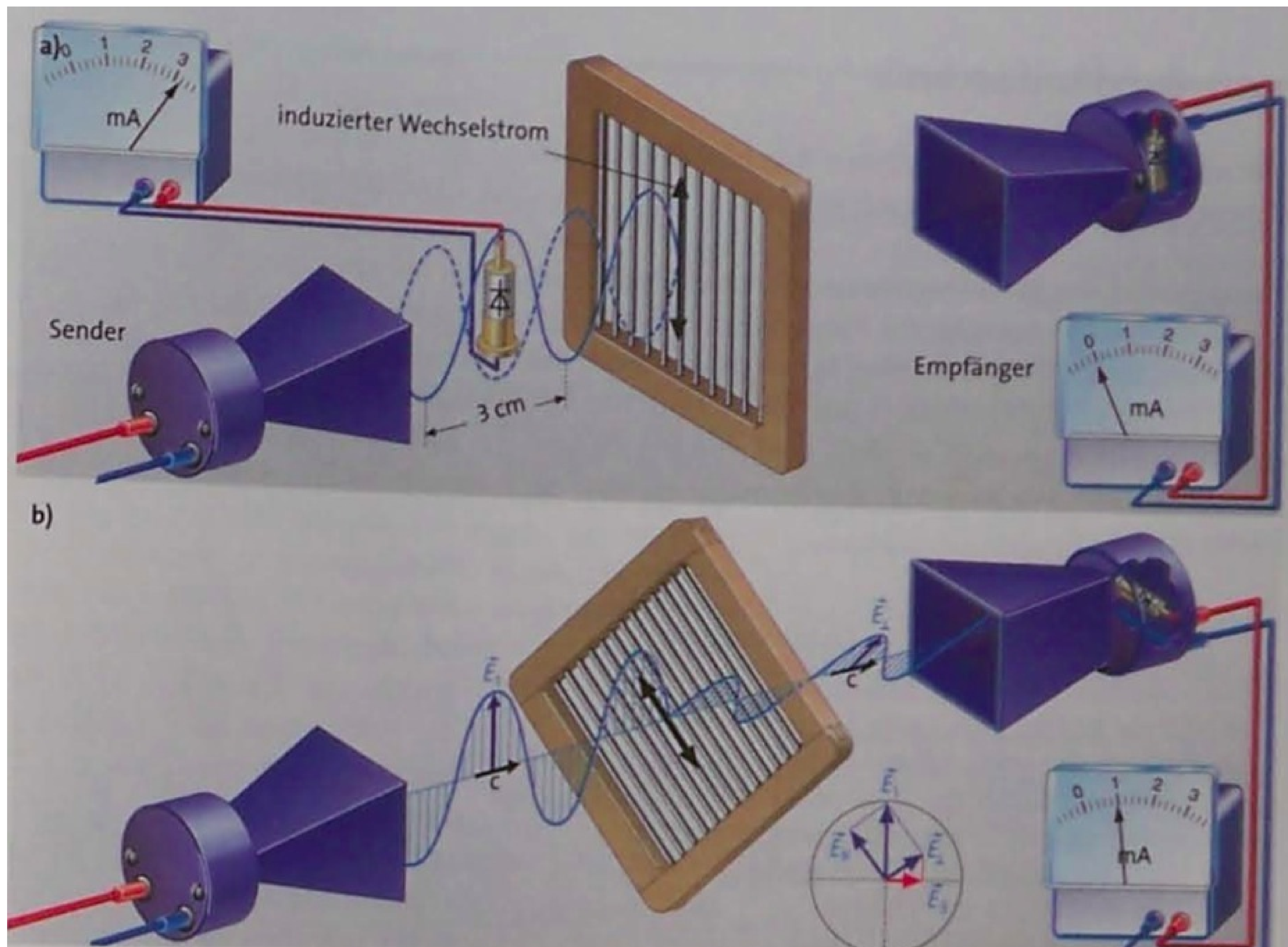




$l = \frac{3}{2}\lambda$



296.1 Ein HF-Oszillator strahlt über eine Hornantenne eine Mikrowelle ab, deren elektromagnetisches Feld in einer Hochfrequenz-Diode einen Strom induziert



Klausurthemen:
Selbstinduktion, Schwingkreis, Transformator, em. Wellen (z.B. Mikrowellen)

Aufgaben (DinA5-Blatt + Lupe)

Mittelwellen: a) • Resonanz $\boxed{\ell = n\,\frac{\lambda}{2}}$, $n = 1, 2, 3, ..$; minimal bei $n = 1$

$$\Rightarrow \ell = \frac{\lambda}{2}$$

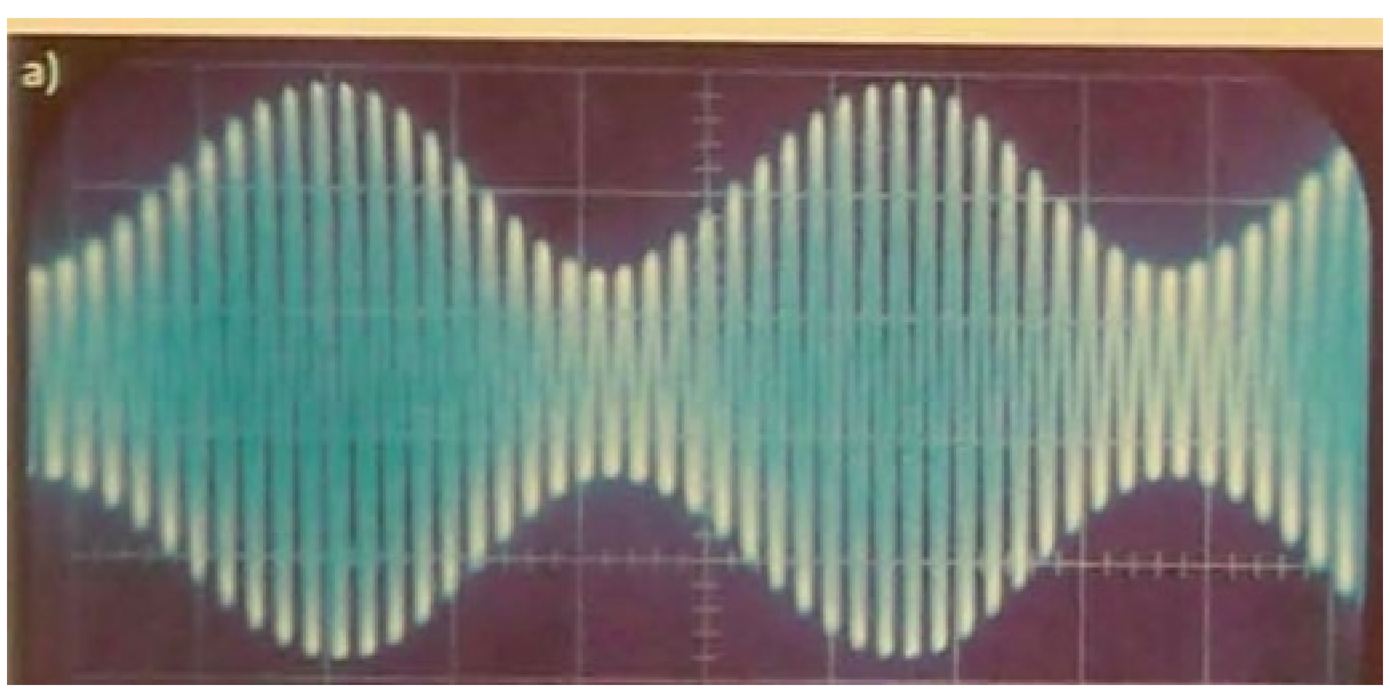
• $\boxed{\lambda = \frac{c}{f}}$ $= \begin{cases} 566\,m \Rightarrow \ell = 283\,m \\ 188\,m \Rightarrow \ell = 94\,m \end{cases}$

$$\Leftrightarrow c = \lambda \cdot f$$

b) $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 L f^2} = \begin{cases} 4{,}1 \cdot 10^{-10}\,F & \text{f. } 530\,kHz \\ 4{,}5 \cdot 10^{-11}\,F & \text{f. } 1600\,kHz \end{cases}$

c) Energieverlust durch Abgabe an em. Welle
(Verlust wg. ohmsch. Widerst. vernachlässigbar)

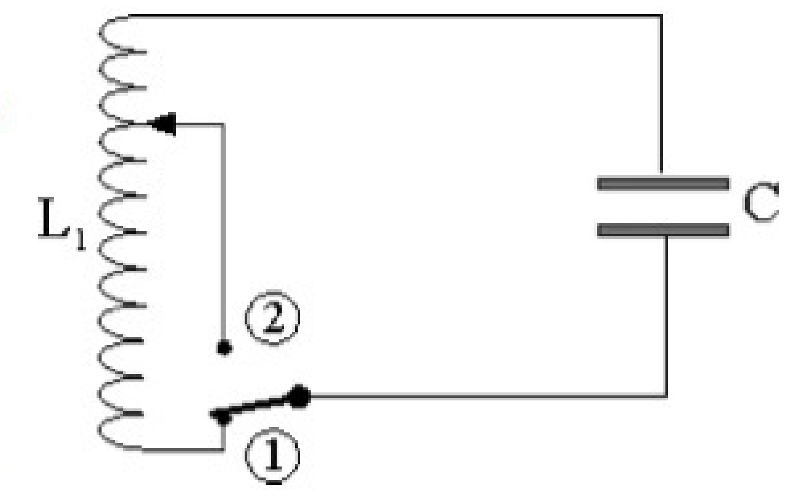
d)



T_{Tr} T_S

Schwingkreis und Wellen

Ungedämpfte elektromagnetische Schwingungen kann man mithilfe eines Schwingkreises und einer geeigneten Rückkopplungsschaltung erzeugen. Nebenstehende Abbildung zeigt einen Schwingkreis mit einem Kondensator der Kapazität C = 50pF und einer Spule mit der Gesamtinduktivität L_1 = 1,3µH. Um zwei verschiedene Frequenzen zu erzeugen, kann man einen Schalter zwischen den Positionen (1) und (2) umschalten.



a) Erklären Sie kurz, wie mit dem Prinzip der Rückkopplung eine ungedämpfte elektromagnetische Schwingung erzeugt werden kann. (5 BE)

b) Berechnen Sie die Frequenz f_1 des Schwingkreises für Schalterstellung (1). [zur Kontrolle: f_1 = 20MHz] (3 BE)

c) In Schalterstellung (2) soll eine Schwingung doppelter Frequenz erzeugt werden. Zeigen Sie, dass dies erreicht werden kann, indem man nur ein Viertel der Windungen verwendet. Nehmen Sie dafür an, dass die Spule langgestreckt und die Windungsdichte (Zahl der Windungen pro Längeneinheit) konstant ist. (5 BE) (*)

Der Schalter befindet sich nun wieder in Position (1). An den Schwingkreis wird ein Sendedipol angekoppelt.

d) Berechnen Sie die kürzeste Länge des Dipols, so dass die Energieübertragung für die Abstrahlung optimal ist. Begründen Sie, dass sich mit diesem Dipol auch in Schalterstellung (2) elektromagnetische Wellen gut aussenden lassen. (5 BE)

e) Skizzieren Sie die Ladungs- und Stromverteilung längs des Dipols bei optimaler Energieübertragung für die Zeiten t = 0, T/4 und T/2, wobei T die Schwingungsdauer ist. (6 BE)

f) Beschreiben Sie kurz zwei Versuche, mit denen sich die Wellennatur der Dipolstrahlung nachweisen lässt. (8 BE)

a) Man entnimmt dem Schwingkreis ein Signal (z.B. indem man induktiv eine zweite Spule an die Schwingkreisspule koppelt. Das entnommene Signal wird verstärkt und phasenrichtig dem Kreis wieder zugeführt. Man nennt dieses Prinzip das Rückkopplungsprinzip.

b) $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

$= 19,7\ MHz$

c) $f \longrightarrow 2f \iff \frac{1}{\sqrt{LC}} \longrightarrow \frac{2}{\sqrt{LC}} \iff LC \longrightarrow \frac{LC}{4} \iff L \longrightarrow \frac{L}{4}$ (C konst.)

$L = \mu_0 \mu_r A \frac{n^2}{l} = \underbrace{\mu_0 \mu_r A \frac{n}{l}}_{\text{konst.}\ (*)} \cdot n \Rightarrow L \longrightarrow \frac{L}{4}$

$\iff n \longrightarrow \frac{n}{4}$

q.e.d.

<-- 4.6.2013