

Aufgabe:

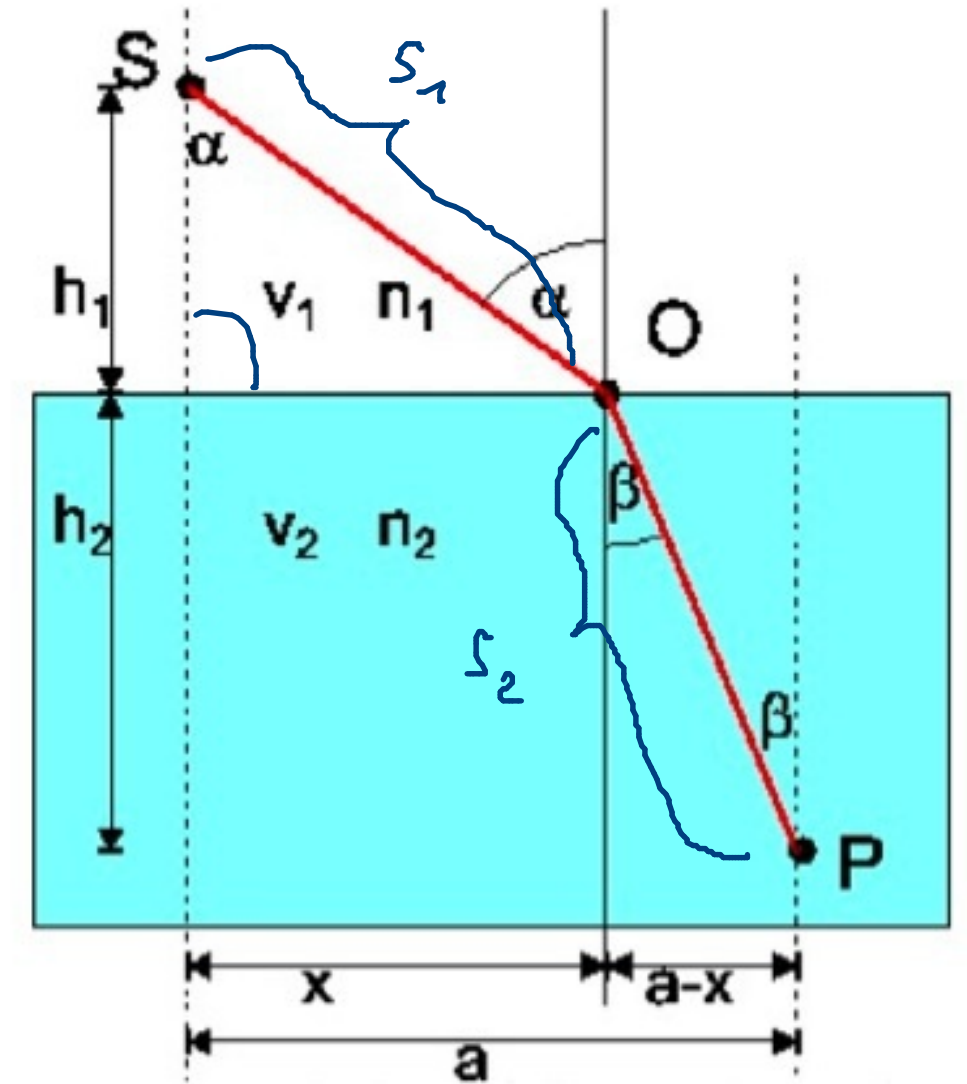
(Das ist die sogenannte partielle Ableitung; du kannst sie als "normale" Ableitung betrachten, also dt/dx bilden.)

Leite die Funktion $t_{SP}(x)$ her und bestimme ihr Minimum, indem du $\frac{\partial t_{SP}}{\partial x} = 0$ setzt.

Bei geschickter Umformung folgt daraus das **Snelliussche Brechungsgesetz**.

Beachte folgendes:

- $t_{SP} = t_{SO} + t_{OP}$
- Zeit = Strecke durch Geschwindigkeit
- $v_i =$ Lichtgeschwindigkeit im Medium i
- $n_i := \frac{c}{v_i} =$ Brechungsindex des Mediums i
mit $c =$ Vakuumlichtgeschwindigkeit
- Die Summanden in $\frac{\partial t_{SP}}{\partial x}$ lassen sich durch trigonometrische Funktionen der Winkel ersetzen.



$$t_{SP} = t_{SO} + t_{OP}$$
$$\approx \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v_1}$$

$$+ \frac{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}}{v_2}$$

$$\frac{dt_{SP}}{dx} = \frac{1}{v_1} \cdot \frac{2x \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{h_1^2 + x^2}}$$

$$+ \frac{1}{v_2} \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot 2(a-x) \cdot (-1)}{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}}$$

$$= \frac{1}{v_1} \cdot \frac{x}{s_1} - \frac{1}{v_2} \cdot \frac{a-x}{s_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{v_1} \frac{x}{s_1} = \frac{1}{v_2} \frac{a-x}{s_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{v_1} \sin \alpha = \frac{1}{v_2} \sin \beta$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$