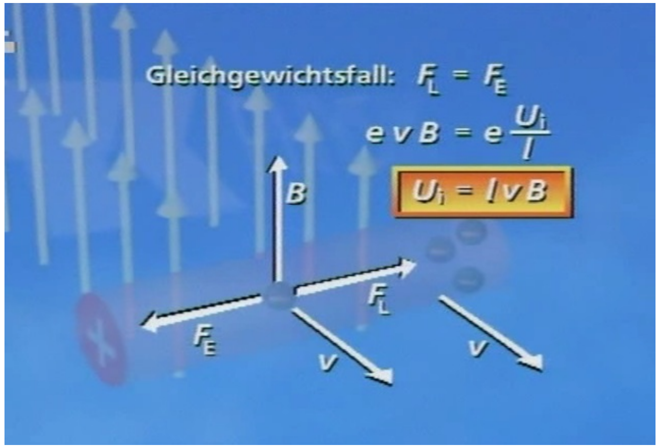
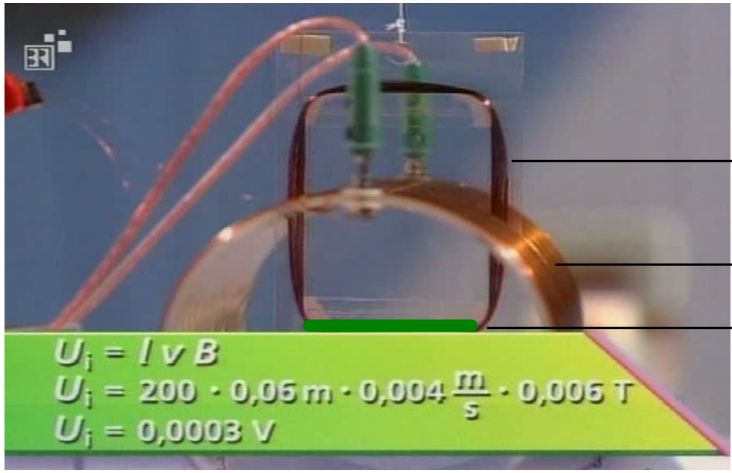
Elektromagnetische Induktion

Ändert sich innerhalb einer Spule das Magnetfeld, z.B. durch Bewegung eines Permanentmagneten oder Ein- und Ausschalten eines Elektromagneten, wird in der Spule eine Spannung induziert.

(„Plattenabstand" l)

Bewegt sich ein Leiter durch ein Magnetfeld, wirkt auf die beweglichen Ladungen, die Elektronen, die Lorentzkraft. Sie werden an das (rechte) Ende verschoben, es entsteht eine Spannung:





Induktionsspule

Feldspule

$l = 200 \cdot 0{,}06\,m$

Die Ind.-Spule wird mit konstantem v = 0,004m/s aus der Feldspule (B = 6mT) herausgezogen.

Das Faradaysche Induktionsgesetz

Lest nach dem Filmbeitrag, der alle wesentlichen Experimente zur Herleitung des Induktionsgesetzes gezeigt hat, im Buch die Seiten 246-249.

Ziel ist es, das Faradaysche Induktionsgesetz in der mathematisch eleganten, alle Induktionsprozesse beschreibenden Form zu verstehen:

ϕ = B·A = magnetischer Fluss

$$\boxed{U_{ind} = -n\,\dot{\phi}} = -n\,\frac{d\phi}{dt} = -n\,\frac{d(BA)}{dt} = -n\left(\frac{dB}{dt}A + B\,\frac{dA}{dt}\right)$$

Produktregel

n = Windungszahl der Induktionsspule

Eine Induktionsspannung an einer Spule tritt immer dann auf, wenn sich der magnetische Fluss ϕ zeitlich ändert. Das kann durch zeitliche Zu- oder Abnahme der magn. Feldstärke B erfolgen, oder durch die Änderung der von Feldlinien durchsetzten Spulenquerschnittsfläche A (z.B. indem sie aus dem Feld herausgezogen wird oder durch Drehen der Spule).

Häufig ist die Feldspulenstromfunktion I(t) gegeben => B(t) => $\dot{B}(t)$ => U_{ind}
Gelegentlich sind nur Anfangs- und Endwert von B und das entspr. Zeitintervall angegeben:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_2 - B_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow U_{ind}$$

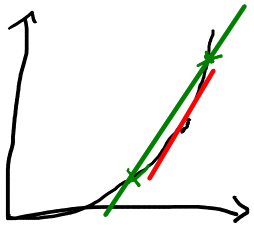
$v = \frac{ds}{dt}$

$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Ableitung nach t:

$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$

$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{s}$



$\frac{\Delta y}{\Delta x}$ = Steigung d. Sek.

$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Ableitung

Aufgaben zum Induktionsgesetz

Durch eine Feldspule ($r_{Feld} = 7$ cm) fließt ein Strom I, der innerhalb von 7,5 Millisekunden linear von $I_1 = 0{,}65$ A auf $I_2 = 0{,}9$ A ansteigt. Die Feldspule hat $n_F = 2250$ Windungen und die Länge $l_F = 60$ cm.

a) In der Feldspule befindet sich eine Induktionsspule von kreisförmigem Querschnitt ($n_{ind} = 1500$), deren Achse parallel zu der der Feldspule ist. Berechnen Sie die Induktionsspannung U_{ind}, wenn der Radius der Induktionsspule $r_{ind} = 3$ cm beträgt.

b) Die Feldspule ist von einer äußeren Induktionsspule mit $n_{ind} = 1500$ und $r_{ind} = 9$ cm umgeben. Berechnen Sie die Flussänderung $\Delta\Phi$ in der Induktionsspule während des Stromanstiegs und damit die induzierte Spannung U_{ind}.

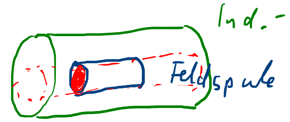
a) $U_{ind} = -n\dot{\phi} \overset{\text{hier}}{=} -n \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$

$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \mu_0 \cdot \frac{n_F}{l} \frac{\Delta I}{\Delta t}$

$U_{ind} = -1500 \cdot \underline{\pi \cdot (0{,}03\,m)^2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \frac{2250}{0{,}6\,m} \cdot \frac{0{,}25\,A}{7{,}5\,ms}$

$= -0{,}67\ V$

b)



$\Rightarrow A = \pi \cdot (0{,}07\,m)^2$

wie a) ersetze ___

$\Rightarrow U_{ind} = -3{,}63\ V$

weil nur dieser Teil der größeren Ind.-Sp. von B durchsetzt ist!

(Brian Cox)

In einer zylindrischen Feldspule mit $n = 600$ Windungen und der Länge $l = 45$ cm befindet sich eine kurze Induktionsspule mit $n_{ind} = 2400$ Windungen und $A_{ind} = 6{,}8\ cm^2$. Berechnen Sie die Zeit Δt, in der die Stromstärke in der Feldspule gleichmäßig von 0 auf 1 A anwachsen muss, damit in der Induktionsspule eine Spannung von $U_{ind} = 5$ mV induziert wird.

$B = \mu_0 \frac{n}{l} I$

$n_F = 600$, $l = 45\,cm$

$n = n_{ind} = 2400$, $A = 6{,}8\ cm^2 = 6{,}8 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$U_{ind} = -n\dot{\phi} \overset{\text{hier}}{=} -n A \frac{\Delta B}{\Delta t}$

$= -n A \mu_0 \frac{n_F}{l} \frac{\Delta I}{\Delta t}$ mit $\Delta I = 1A$

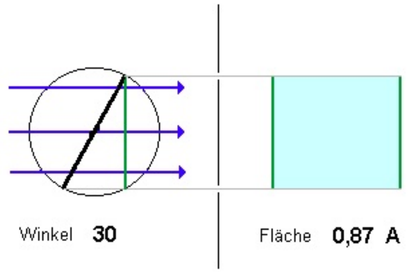
nach Δt auflösen, einsetzen, fertig

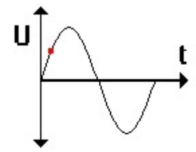
$\Delta t = 0{,}55\ s$

Durch die Feldspule aus der letzten Aufgabe (s.u.) fließe der konstante Strom mit der Stärke I = 1A.
Die Induktionsspule wird nun mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gedreht, sodass sich die Spule einmal pro Sekunde um eine Achse senkrecht zu den B-Feldlinien dreht (f = 1Hz).
Die von Feldlinien durchsetzte Fläche lässt sich berechnen mit dem Ausdruck $A(t) = A_0 \cos(\omega t)$

$(A_0 = A_{Ind})$

Skizziere den Versuchsaufbau.
Berechne $U_I(t)$.
Zeichne den $U_I(t)$-Graphen.
Bestimme den Maximalwert von U_I .

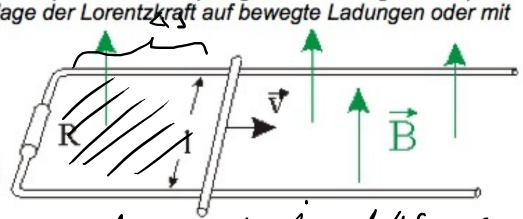




$\hat{U}_{Ind} = U_{max} \approx 17\,mV$

In einer zylindrischen Feldspule mit $n = 600$ Windungen und der Länge $l = 45$ cm befindet sich eine kurze Induktionsspule mit $n_{ind} = 2400$ Windungen und $A_{ind} = 6{,}8\ cm^2$. Berechnen Sie die Zeit Δt, in der die Stromstärke in der Feldspule gleichmäßig von 0 auf 1 A anwachsen muss, damit in der Induktionsspule eine Spannung von $U_{ind} = 5$ mV induziert wird.

Induktion I *1831 entdeckte Michael Faraday das Phänomen der elektromagnetischen Induktion bei seinem Bemühen, die Funktionsweise eines Elektromagneten („elektrischer Strom erzeugt ein Magnetfeld") umzukehren („Magnetfeld erzeugt Strom"). Zur Erklärung des Phänomens gibt es zwei alternative Modelle: auf der Grundlage der Lorentzkraft auf bewegte Ladungen oder mit Hilfe der Änderung des magnetischen Flusses.*



Ein waagerecht angeordneter und auf der rechten Seite offener Drahtrahmen der Breite $l = 8\,cm$ wird von einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte $B = 0{,}70\,T$ senkrecht durchsetzt (s. Abb.). Ein Leiterstück liegt auf dem Drahtrahmen und wird durch eine äußere Kraft F mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 25\frac{cm}{s}$ nach rechts

$l \cdot \Delta s \Rightarrow \dot{A} = l \frac{\Delta s}{\Delta t} = l \cdot v$

bewegt. Der Widerstand im linken Teil des Drahtbügels besitzt den Wert $R = 2\,\Omega$, der Widerstand des restlichen Drahtbügels und des Leiterstücks sowie Kontaktwiderstände sind vernachlässigbar.

1.1. Bestimmen Sie unter Verwendung des Induktionsgesetzes die Spannung U_{Ind}, die zwischen den beiden Auflagepunkten des Leiterstücks induziert wird, sowie die Stärke I des im geschlossenen Kreis fließenden Stroms. *[Zur Kontrolle: $I \approx 10\,mA$]*

1.2. Berechnen Sie die Kraft F, mit der am Leiterstück gezogen werden muss. Reibungskräfte sollen unberücksichtigt bleiben. *[zur Kontrolle: $F \approx 0{,}5\,mN$]*

1.3. Der mit $v = 25\frac{cm}{s}$ bewegte Leiter wird nun losgelassen. Begründen Sie physikalisch ausführlich, was passieren wird. (Reibungskräfte sollen wieder unberücksichtigt bleiben.)

1.1. $U_{Ind} = B\,l\,v = 14\,mV$ $\qquad (U_{Ind} = -1 \cdot \dot{\phi})$

$I = \frac{U_{Ind}}{R} = 7\,mA$

1.2. Lenzsche Regel: I verursacht Gegenkraft $F = B \cdot I \cdot l = 0{,}39\,mN$, die aufgebracht werden muss, damit $v = 25\,cm/s$ bleibt

1.3. Leiter wird abgebremst mit $F = B \cdot I \cdot l \Rightarrow v$ wird kleiner

$\Rightarrow U_{Ind}$ wird kleiner $\Rightarrow I$ wird kleiner $\Rightarrow F$ wird kleiner

$v \gtrsim 0 \Rightarrow I \gtrsim 0 \Rightarrow F \gtrsim 0$, d.h. v wird (theoretisch) immer kleiner, aber nicht 0!

(Auf keinen Fall wird sich der Leiter nach links bewegen, denn sobald v = 0 ist, ist auch U = 0 und I = 0 und F =0.)

Im Inneren einer langgestreckten, zylinderförmigen Feldspule ($l_F = 750\,mm$, $n_F = 1460$, $A_F = 45{,}0\,cm^2$) befindet sich eine Induktionsspule ($l_{Ind} = 105\,mm$, $n_{Ind} = 200$, $A_{Ind} = 20{,}25\,cm^2$), deren Enden mit einem Spannungsmessgerät verbunden sind. Beide Spulenachsen sind zueinander parallel.

2.1. Erläutern Sie jeweils ausführlich, welche Wirkungen folgende zwei Experimente in der Induktionsspule hervorrufen:

$\Rightarrow B \sim \sin(\omega t) \Rightarrow \dot{\phi} \sim \dot{B} \sim \omega \cdot \cos(\omega t)$

a) Durch die Feldspule fließt ein sinusförmiger Wechselstrom.

b) In der Feldspule fließt ein Gleichstrom konstanter Stärke, während die Induktionsspule in Richtung ihrer Spulenachse im Inneren der Feldspule hin und her bewegt wird. $\dot{B} = 0$, $\dot{A} = 0 \Rightarrow \dot{\phi} = 0 \Rightarrow U_{Ind} = 0$

2.2. Durch die Feldspule fließt nun ein Gleichstrom der Stärke $I = 3\,A$.

a) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte B im Inneren der Feldspule. *[zur Kontrolle: B = 7,3 mT]* $B = \mu_0 \cdot \frac{n_F}{l_F} \cdot I$

b) Die Feldspule wird innerhalb von 0,50 Sekunden auf die doppelte Länge auseinander gezogen, wobei die Induktionsspule ihre Form und Position beibehält. Begründen Sie ausführlich, weshalb in der Induktionsspule eine Spannung induziert wird. Berechnen Sie den Wert dieser Induktionsspannung.

2.3. Die Feldspule habe nun wieder ihre ursprüngliche Länge und es fließt weiterhin ein Gleichstrom der Stärke $I = 3\,A$ durch sie. Die Induktionsspule wird nun mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gedreht, sodass sich die Spule einmal pro Sekunde um eine Achse senkrecht zu den B-Feldlinien dreht (f = 1Hz). Die von Feldlinien durchsetzte Fläche lässt sich berechnen mit dem Ausdruck $A(t) = A_{Ind} \cdot \cos(\omega t)$.

a) Zeigen Sie, ausgehend vom Induktionsgesetz, dass für die induzierte Spannung gilt:

$$U_{Ind} = n_{Ind} \cdot \mu_0 \cdot \frac{n_F}{l_F} \cdot I \cdot A_{Ind} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

b) Berechnen Sie die maximale Spannung $\hat{U}_{Ind}$ („Scheitelspannung"). *[zur Kontrolle: $\hat{U}_{Ind} \approx 0{,}1\,V$]*

2.2. b) $\dot{A} = 0 \Rightarrow \dot{\phi} = A \cdot \dot{B} \overset{hier}{=} A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$

$B_2 = \mu_0 \cdot \frac{n_F}{2 \cdot l_F} \cdot I = 0{,}5 \cdot B_1$, $B_1 = 7{,}3\,mT$

$\Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0{,}5\,B_1 - B_1}{0{,}5\,s} = \frac{-0{,}5\,B_1}{0{,}5\,s} = 7{,}3\,\frac{mT}{s}$

$U_{Ind} = -n_{Ind} \cdot A_{Ind} \cdot 7{,}3\,mT/s$

$= 3\,mV$

2.3. Die Feldspule habe nun wieder ihre ursprüngliche Länge und es fließt weiterhin ein Gleichstrom der Stärke $I = 3A$ durch sie. Die Induktionsspule wird nun mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gedreht, sodass sich die Spule einmal pro Sekunde um eine Achse senkrecht zu den B-Feldlinien dreht (f = 1Hz). Die von Feldlinien durchsetzte Fläche lässt sich berechnen mit dem Ausdruck $A(t) = A_{Ind} \cdot \cos(\omega t)$.

a) Zeigen Sie, ausgehend vom Induktionsgesetz, dass für die induzierte Spannung gilt:

$$U_{Ind} = n_{Ind} \cdot \mu_0 \cdot \frac{n_F}{l_F} \cdot I \cdot A_{Ind} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$$

b) Berechnen Sie die maximale Spannung $\hat{U}_{Ind}$ (*„Scheitelspannung"*). *[zur Kontrolle: $\hat{U}_{Ind} \approx 0{,}1\,V$]*

a) $U_{Ind} = -n_{Ind} \cdot \dot{\phi} = -n_{Ind} \cdot \mu_0 \cdot \frac{n_F}{l_F} \cdot I \cdot \dot{A}$

$\dot{A} = \frac{d}{dt}\left(A_{Ind} \cdot \cos(\omega t)\right) = -\omega A_{Ind} \cdot \sin(\omega t)$

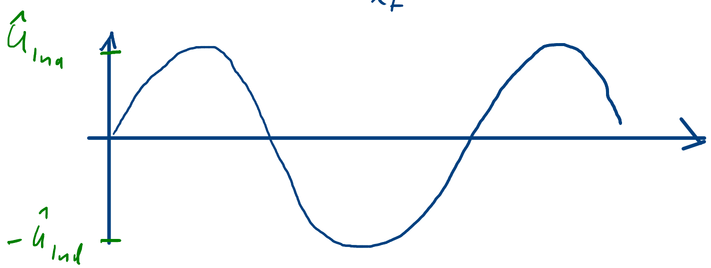
eingesetzt in U_{Ind}, fertig q.e.d.

b) $$U_{Ind} = \underbrace{n_{Ind} \cdot \mu_0 \cdot \frac{n_F}{l_F} \cdot I \cdot A_{Ind} \cdot \omega}_{\hat{U}_{Ind}} \cdot \underbrace{\sin(\omega t)}_{max.\ 1}$$

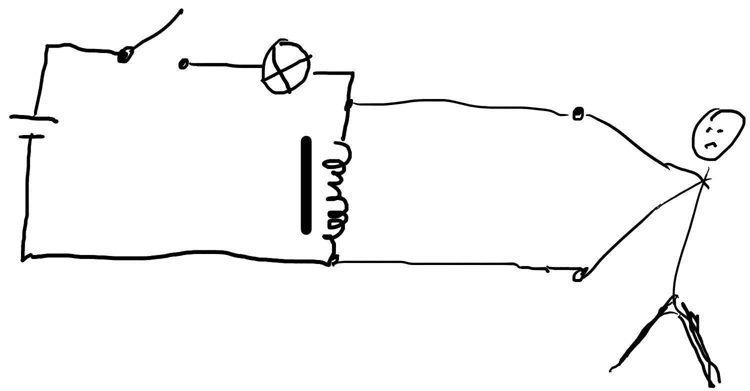
$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{1}{f} \Leftrightarrow f = \frac{1}{T}$

$\hat{U}_{Ind} = n_{Ind}\, \mu_0\, \frac{n_F}{l_F} \cdot I \cdot A_{Ind} \cdot 2\pi f = 19\,mV$

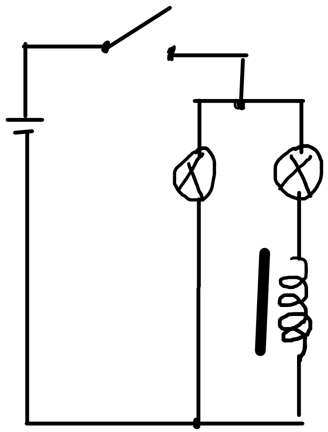


$U_{Ind} = \hat{U}_{Ind} \cdot \sin(\omega t)$



Beobachtung:

Der Mensch bekommt einen Stromschlag beim Ausschalten!



Die rechte Lampe leuchtet beim Einschalten später.

Selbstinduktion - Induktivität L

Unter Selbstinduktion versteht man die Induktionswirkung eines Stromes auf seinen eigenen Leiterkreis.
In den vorangegangenen Experimenten ist der Induktionsstrom stets so gerichtet, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegengerichtet ist ("Lenzsche Regel"):
Beim Einschalten wird der von der Spannungsquelle verursachte Strom gehemmt, die Lampe leuchtet daher verzögert,
beim Ausschalten treibt die Induktionsspannung den Strom weiter an,
aufgrund der kurzen Schaltzeit Δt entsteht ein großes $\frac{\Delta I}{\Delta t}$, das eine große Flussänderung und damit eine große Ind.-Spannung bewirkt.

siehe Arbeitsblatt

<-- 31.5.2012