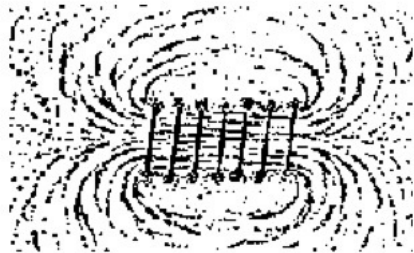


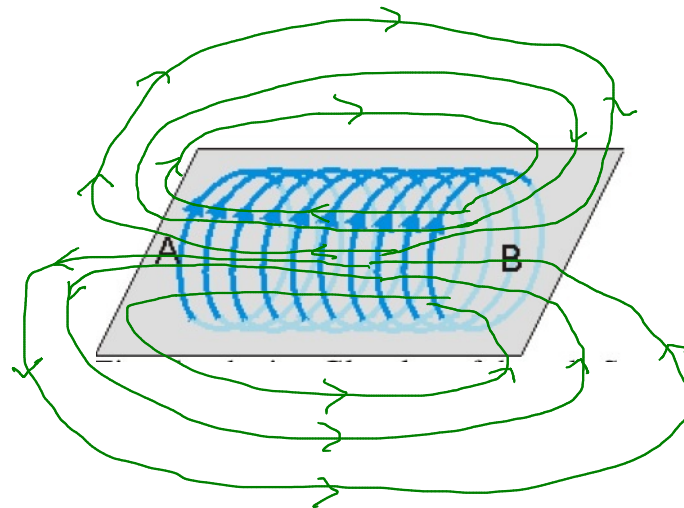
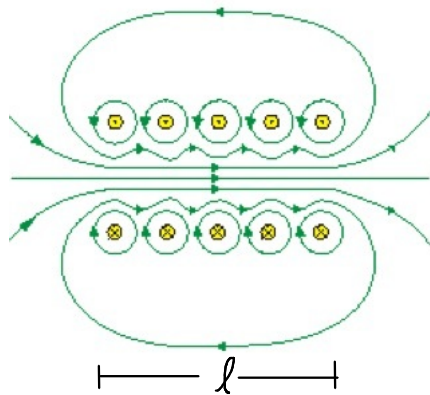
Das Magnetfeld einer Spule lässt sich daraus berechnen als  
Summe (Integral) über alle Einzelströme:



$$B = \mu_0 \cdot \frac{n}{l} I$$

$n$  = Windungszahl  
 $l$  = Länge der Spule

(Gilt eigtl. nur für das Innere von langgestreckten Spulen.)



# Ferromagnetismus

luftgefüllt :  $B_0 = \mu_0 \cdot \frac{n}{l} I$

mit Material :  $B = \mu_r B_0$

$\mu_r \lesssim 1$  : diamagnetisch

$\mu_r \gtrsim 1$  : paramagnetisch

$\mu_r \gg 1$  : ferromagnetisch  
(400 - 500000)

$\mu_r$  = Permeabilitäts-  
zahl  
(Materialkonstante)

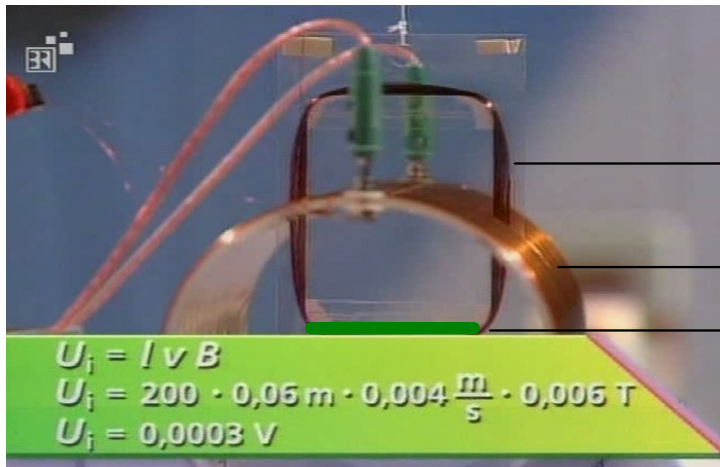
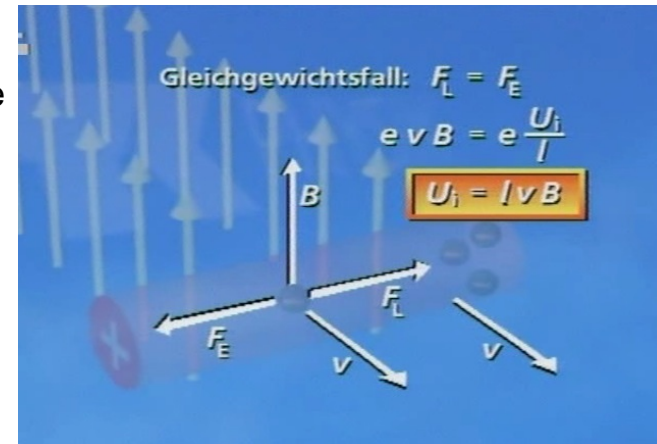
Technisch bedeutsam sind lediglich Ferromagnetika.

# Elektromagnetische Induktion

Ändert sich innerhalb einer Spule das Magnetfeld, z.B. durch Bewegung eines Permanentmagneten oder Ein- und Ausschalten eines Elektromagneten, wird in der Spule eine Spannung induziert.

(„Plattenabstand“  $l$ )

Bewegt sich ein Leiter durch ein Magnetfeld, wirkt auf die beweglichen Ladungen, die Elektronen, die Lorentzkraft. Sie werden an das (rechte) Ende verschoben, es entsteht eine Spannung:



Induktionsspule

Feldspule

$$l = 200 \cdot 0,06 \text{ m}$$

Die Ind.-Spule wird mit konstantem  $v = 0,004 \text{ m/s}$  aus der Feldspule ( $B = 6 \text{ mT}$ ) herausgezogen.

# Das Faradaysche Induktionsgesetz

Lest nach dem Filmbeitrag, der alle wesentlichen Experimente zur Herleitung des Induktionsgesetzes gezeigt hat, im Buch die Seiten 246-249.

Ziel ist es, das Faradaysche Induktionsgesetz in der mathematisch eleganten, alle Induktionsprozesse beschreibenden Form zu verstehen:

$\phi = B \cdot A =$  magnetischer Fluss

$$U_{\text{ind}} = -n \dot{\phi} = -n \frac{d\phi}{dt} = -n \frac{d(BA)}{dt} = -n \left( \frac{dB}{dt} A + B \frac{dA}{dt} \right)$$

Produktregel

$n =$  Windungszahl der Induktionsspule

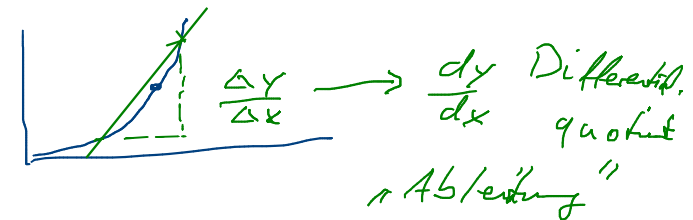
Eine Induktionsspannung an einer Spule tritt immer dann auf, wenn sich der magnetische Fluss  $\phi$  zeitlich ändert. Das kann durch zeitliche Zu- oder Abnahme der magn. Feldstärke  $B$  erfolgen, oder durch die Änderung der von Feldlinien durchsetzten Spulenquerschnittsfläche  $A$  (z.B. indem sie aus dem Feld herausgezogen wird oder durch Drehen der Spule).

Häufig ist die Feldspulenstromfunktion  $I(t)$  gegeben  $\Rightarrow B(t) \Rightarrow \dot{B}(t) \Rightarrow U_{\text{ind}}$

Gelegentlich sind nur Anfangs- und Endwert von  $B$  und das entspr. Zeitintervall angegeben:

$$\Rightarrow U_{\text{ind}} = -n \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\left[ \frac{dB}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta t} \right]$$



## Aufgaben zum Induktionsgesetz

Durch eine Feldspule ( $r_{\text{Feld}} = 7 \text{ cm}$ ) fließt ein Strom  $I$ , der innerhalb von 7,5 Millisekunden linear von  $I_1 = 0,65 \text{ A}$  auf  $I_2 = 0,9 \text{ A}$  ansteigt. Die Feldspule hat  $n_F = 2250$  Windungen und die Länge  $l_F = 60 \text{ cm}$ .

a) In der Feldspule befindet sich eine Induktionsspule von kreisförmigem Querschnitt ( $n_{\text{ind}} = 1500$ ), deren Achse parallel zu der der Feldspule ist. Berechnen Sie die Induktionsspannung  $U_{\text{ind}}$ , wenn der Radius der Induktionsspule  $r_{\text{ind}} = 3 \text{ cm}$  beträgt.

b) Die Feldspule ist von einer äußeren Induktionsspule mit  $n_{\text{ind}} = 1500$  und  $r_{\text{ind}} = 9 \text{ cm}$  umgeben. Berechnen Sie die Flussänderung  $\Delta\Phi$  in der Induktionsspule während des Stromanstiegs und damit die induzierte Spannung  $U_{\text{ind}}$ .

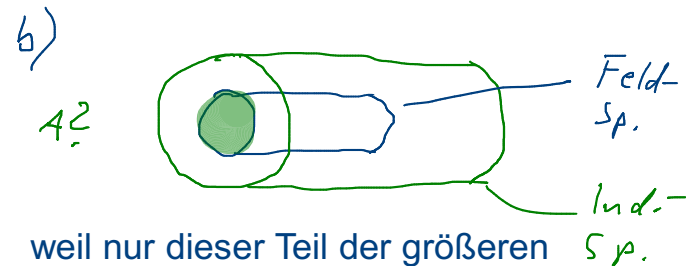
In einer zylindrischen Feldspule mit  $n = 600$  Windungen und der Länge  $l = 45 \text{ cm}$  befindet sich eine kurze Induktionsspule mit  $n_{\text{ind}} = 2400$  Windungen und  $A_{\text{ind}} = 6,8 \text{ cm}^2$ . Berechnen Sie die Zeit  $\Delta t$ , in der die Stromstärke in der Feldspule gleichmäßig von 0 auf 1 A anwachsen muss, damit in der Induktionsspule eine Spannung von  $U_{\text{ind}} = 5 \text{ mV}$  induziert wird.

$$a) \frac{\Delta I}{\Delta t} = 33,3 \frac{\text{A}}{\text{s}} \quad \left| \begin{array}{l} B = \mu_0 \frac{n}{l} I \\ \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \mu_0 \frac{n}{l} \frac{\Delta I}{\Delta t} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow U_{\text{ind}} = -n_{\text{ind}} \cdot \pi r_{\text{ind}}^2 \cdot \mu_0 \frac{n_F}{l_F} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$= -0,67 \text{ V}$$

$$\text{hier: } U_{\text{ind}} = -n_{\text{ind}} \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$



$$\Rightarrow U_{\text{ind}} = 3,6 \text{ V}$$

$$U_{\text{ind}} = -n \dot{\Phi}$$

$$U_{\text{ind}} = -n_{\text{ind}} \cdot A \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = -n_{\text{ind}} \cdot A \cdot \mu_0 \frac{n_f}{l} \frac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{-n_{\text{ind}} \cdot A \cdot \mu_0 \cdot n_f \cdot \Delta I}{l \cdot U_{\text{ind}}} = 0,55 \text{ s}$$

Durch die Feldspule aus der letzten Aufgabe (s.u.) fließe der konstante Strom mit der Stärke  $I = 1\text{ A}$ . Die Induktionsspule wird nun mit konstanter Winkelgeschwindigkeit gedreht, sodass sich die Spule einmal pro Sekunde um eine Achse senkrecht zu den B-Feldlinien dreht ( $f = 1\text{ Hz}$ ).

Die von Feldlinien durchsetzte Fläche lässt sich berechnen mit dem Ausdruck  $A(t) = A_0 \cdot \cos(\omega t)$   
 $(A_0 = A_{\text{ind}})$

Skizziere den Versuchsaufbau.

(\*) Berechne  $U_1(t)$ .

Zeichne den  $U_1(t)$ -Graphen.

(\*\*) Bestimme den Maximalwert von  $U_1$ .

$$(*) \quad U_1 = -n_1 \dot{\phi} = -n_1 \left( \frac{dB}{dt} \cdot A + B \frac{dA}{dt} \right)$$

$$= -n_1 B \frac{dA}{dt} = -n_1 B \frac{d}{dt} (A_0 \cdot \cos(\omega t))$$

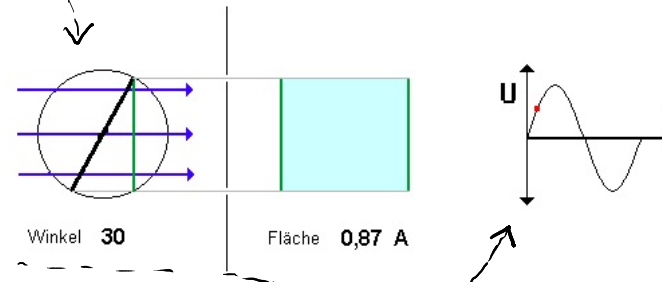
$$= -n_1 B A_0 \frac{d}{dt} (\cos(\omega t)) = -n_1 B A_0 (-\omega) \cdot \sin(\omega t)$$

$$= n_1 B A_0 \omega \cdot \sin(\omega t) = 17 \text{ mV} \cdot \sin(\omega t)$$

$$B = \mu_0 \cdot \frac{n_F}{l_F} \cdot I$$

$$(**) \Rightarrow U_{\text{max}} = 17 \text{ mV}$$

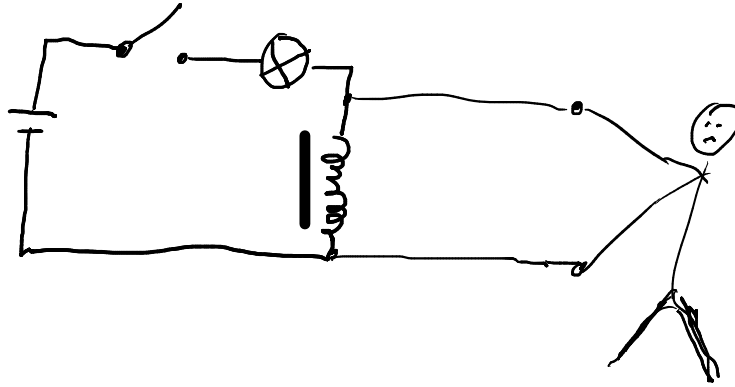
$$(\hat{U} = U_0)$$



$$U_1 = \hat{U} \cdot \sin(\omega t) \quad (\text{mit } \hat{U} = 17 \text{ mV})$$

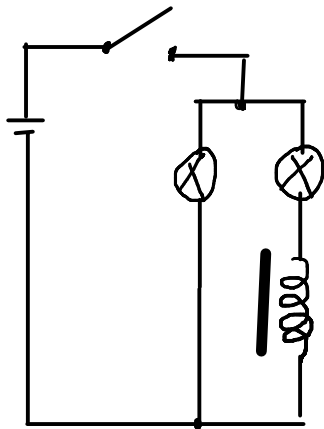
In einer zylindrischen Feldspule mit  $n = 600$  Windungen und der Länge  $l_F = 45 \text{ cm}$  befindet sich eine kurze Induktionsspule mit  $n_{\text{ind}} = 2400$  Windungen und  $A_{\text{ind}} = 6,8 \text{ cm}^2$ . Berechnen Sie die Zeit  $\Delta t$ , in der die Stromstärke in der Feldspule gleichmäßig von 0 auf 1 A anwachsen muss, damit in der Induktionsspule eine Spannung von  $U_{\text{ind}} = 5 \text{ mV}$  induziert wird.

$$f = \frac{1}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



Beobachtung:

Der Mensch bekommt einen Stromschlag beim Ausschalten!



Die rechte Lampe leuchtet beim Einschalten später.

## Selbstinduktion - Induktivität L

Unter Selbstinduktion versteht man die Induktionswirkung eines Stromes auf seinen eigenen Leiterkreis.

In den vorangegangenen Experimenten ist der Induktionsstrom stets so gerichtet, dass er der Ursache seiner Entstehung entgegengerichtet ist ("Lenzsche Regel"):

Beim Einschalten wird der von der Spannungsquelle verursachte Strom gehemmt, die Lampe leuchtet daher verzögert,

beim Ausschalten treibt die Induktionsspannung den Strom weiter an, aufgrund der kurzen Schaltzeit  $\Delta t$  entsteht ein großes  $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ , das eine große Flussänderung und damit eine große Ind.-Spannung bewirkt.

siehe Arbeitsblatt



In einem homogenen Magnetfeld mit der Flussdichte  $B$  befindet sich eine flache Induktionsspule mit der Querschnittsfläche  $A_0 = 40 \text{ cm}^2$  und der Windungszahl  $N = 500$ . Die Drehachse liegt in der Spulenebene und steht senkrecht auf den Feldlinien des Magnetfelds. Wenn die Induktionsspule mit konstanter Frequenz  $f$  rotiert, wird in ihr eine **sinusförmige Wechselfspannung** mit dem **Scheitelwert**  $U_0$  induziert. Indem  $f$  auf verschiedene Werte eingestellt wird, ermittelt man die folgende Messreihe:

f in Hz	16	22	28	36
$U_0$ in V	0,34	0,46	0,59	0,75

- a) Zeigen sie durch **graphische Auswertung**, dass  $U_0$  zu  $f$  direkt proportional ist und ermitteln sie den Wert des Proportionalitätsfaktors  $k$ .
- b) Bestätigen sie, ausgehend vom Induktionsgesetz, dass für den Proportionalitätsfaktor  $k$  aus Teilaufgabe a gilt:  $k = 2 \cdot \pi \cdot N \cdot A_0 \cdot B$ . Berechnen sie  $B$ .

a)  $k = 0,021 \text{ Vs}$

b)  $k = 2\pi N A_0 B$   $U_{ind} = -N \dot{\phi} \stackrel{\text{hier}}{=} -N B \cdot \frac{dA}{dt}$

$$A = A_0 \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow \dot{A} = -\omega A_0 \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow U_{ind} = \underbrace{N B \omega A_0}_{U_{max} = U_0} \sin(\omega t) \quad \left. \vphantom{U_{ind}} \right\} \Rightarrow U_0 = N B \omega A_0 = N B 2\pi f A_0 = k f$$

$$\Rightarrow B = \frac{k}{2\pi N A_0} = \frac{0,021 \text{ Vs}}{2\pi \cdot 500 \cdot 40 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,67 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 1,67 \text{ mT}$$

wenn  $k = N B 2\pi A_0$  q.e.d.  $\square$

$$[\phi] = [B \cdot A] = \text{T m}^2 = [U] \cdot [t] = \text{Vs}$$

Eine rechteckige Spule (Länge 80 cm, Breite 30 cm) mit 10 Windungen ist auf einem Wagen gelagert, der sich in der Zeichenebene reibungsfrei bewegen kann. Ein Teil der Spulenfläche wird senkrecht von einem homogenen, begrenzten Magnetfeld durchsetzt. Die nebenstehende Skizze zeigt die Sicht von oben. Zunächst wird der Wagen festgehalten.



- Die magnetische Flussdichte  $B$  steigt im Zeitintervall 0 bis 4,0 s linear von 0 bis 0,80 T an. Berechnen Sie für dieses Zeitintervall die zwischen den Spulenenden R und T auftretende Induktionsspannung  $U_{\text{ind}}$ . (5 BE)
- Die Spulenenden R und T sind nun leitend verbunden, der Wagen wird immer noch festgehalten. Die magnetische Flussdichte ändert sich wie in Teilaufgabe 2a. Wie groß ist die Stromstärke während des Anwachsens der Flussdichte, wenn die Spule den Widerstand  $2,0 \Omega$  besitzt? Begründen Sie, dass sich die Elektronen im Uhrzeigersinn bewegen. (6 BE)
- Nun wird der Wagen nicht mehr festgehalten. Die Experimente aus 2a und 2b werden wiederholt. Begründen Sie, dass sich am Ergebnis von Teilaufgabe 2a nichts ändert. Welche Beobachtung erwarten Sie für das Experiment mit dem Aufbau von Teilaufgabe 2b (R und T leitend verbunden)? (6 BE)

<-- 31.5.2012