Zerfallsgesetz

(Wdh. Linearisierung)

Impulsrate $n(t) = n_0 \cdot e^{-\lambda t}$ λ = Zerfallskonstante

Die Impulsrate ist proportional zur Zahl der noch nicht zerfallenen Kerne N des radioaktiven Materials:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Aktivität: $$\boxed{A := \lim_{\Delta t \to 0} \left(-\frac{\Delta N}{\Delta t}\right) = -\frac{d\,N(t)}{dt} = \lambda \cdot N(t)}$$

$$\frac{N(t)}{dt} = \frac{d\left(N_0 \cdot e^{-\lambda t}\right)}{dt} = -\lambda \underbrace{N_0\, e^{-\lambda t}}_{N(t)} = -\lambda\, N(t)$$

Halbwertszeit? nach T_H nur noch $\frac{N_0}{2}$ vorhanden

$$N(T_H) = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T_H}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_H} \quad | \ln$$

$$\Leftrightarrow \quad \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 1 - \ln 2 = -\ln 2 = -\lambda T_H$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T_H = \frac{\ln 2}{\lambda}} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_H}$$

$$\boxed{A = \lambda \cdot N(t) = \frac{\ln 2}{T_H} \cdot N(t)}$$

Aktivität = Zerfälle pro Sekunde

$[A] = 1\ Bq$ (1 Becquerel)

$\left(= \frac{1}{s}\right)$

S. 501, 1a)

S. 501 /

2) $\lambda = \frac{\ln 2}{1600a}$ $\qquad N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

$$\frac{N(10a)}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\ln 2}{1600a} \cdot 10a} = e^{-\frac{\ln 2}{160}} = 0{,}9957$$

$$= 99{,}57\,\%$$

3) **3** Wie viel Blei ist seit Bestehen der Erde ($4{,}55 \cdot 10^9$ a) aus 1 kg ^{238}U mit $t_H = 4{,}5 \cdot 10^9$ a entstanden?

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

Damit könnten wir berechnen, wie viele Urankerne heute noch da sind, wenn wir N_0 kennen.

$M(t) = M_0 e^{-\lambda t}$ gilt auch. Was nicht gilt ist: $M_{Pb} = M_0 - M(t)$

N_{Pb} ist gesucht! $(\Rightarrow M_{Pb})$

1 Bei der Umwandlung von Protaktinium 234 in Uran 234 unter β-Emission wurden folgende bereits um die Nullrate bereinigte Zählraten gemessen:

t in s	30	60	90	120	150	180	210	240	270
n in $\frac{1}{10}$ s	236	173	128	98	71	56	38	30	19

a) Bestimmen Sie mit einer graphischen Darstellung die Zerfallskonstante λ und die Halbwertszeit.

$\lambda = 0{,}010179\,/s$

$\Rightarrow T_H = \frac{\ln 2}{\lambda}$

$= 68{,}1$ s

$= 33{,}3\,\%$

3) **3** Wie viel Blei ist seit Bestehen der Erde ($4{,}55 \cdot 10^9$ a) aus 1 kg ^{238}U mit $t_H = 4{,}5 \cdot 10^9$ a entstanden?

$N(t) = N_0 \, e^{-\lambda t}$

Damit könnten wir berechnen, wie viele Urankerne heute noch da sind, wenn wir N_0 kennen.

$M(t) = M_0 \, e^{-\lambda t}$ gilt auch. Was nicht gilt ist: $M_{Pb} = M_0 - M(t)$

N_{Pb} ist gesucht! $(\Rightarrow M_{Pb})$

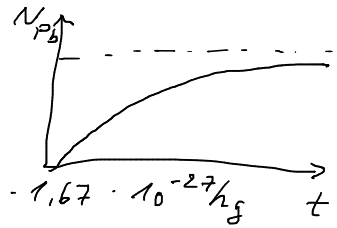
$=$ Anzahl schon zerfallener U-Kerne $= N_0 - N(t)$

$= N_0 - N_0 \, e^{-\lambda t} = N_0 \, (1 - e^{-\lambda t})$

1 Atom: $m_{U-238} = 238 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg

$$\Rightarrow 1\,\text{kg} = \frac{m_{U-238}}{238 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 2{,}52 \cdot 10^{24} \cdot m_{U-238}$$

$N_0 = 2{,}52 \cdot 10^{24}$



$\Rightarrow N_{Pb}(\text{heute}) = 1{,}27 \cdot 10^{24}$

$\Rightarrow M_{Pb} = N_{Pb} \cdot m_{Pb-206} = 1{,}27 \cdot 10^{24} \cdot 206 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg

$= \underline{437\ \text{g}}$

$$M_{U-238}(t) = 1\,\text{kg} \cdot e^{-\lambda t} = 1\,\text{kg} \cdot e^{-\frac{4{,}55}{4{,}5} \ln 2} = 504\,\text{g}$$

d.h. $M_{Pb} \neq 1\,\text{kg} - M_{U-238}(\text{heute})$

Massenspektroskop (Metzler S. 234)

$$\frac{m v^2}{r} = F_z = Q \cancel{v} B'$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{m v}{r} = Q B'$$

$$\Rightarrow \quad \frac{m \, E/B}{r} = Q B' \quad \Leftrightarrow \quad \frac{Q}{m} = \frac{E}{r \cdot B B'}$$

$$\Leftrightarrow \quad r = \frac{m E}{Q B B'}$$

Massendefekt und Bindungsenergie

Atomkerne wiegen weniger als die Summe ihrer Teile:

Bsp.: Heliumkern hat die Masse $m_K = 4{,}002\ u$

2p u. 2n haben die Masse $m = 4{,}032\ u$

Die Differenz nennt man Massendefekt: $\Delta m = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - m_K$

Dieser Massendefekt ist äquivalent zu einer Bindungsenergie: $E_B = \Delta m\, c^2$