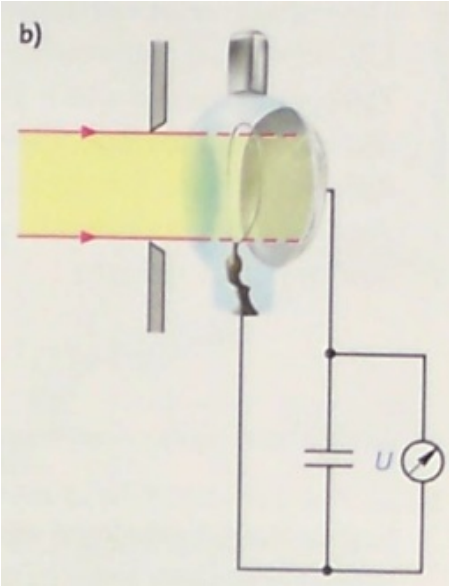
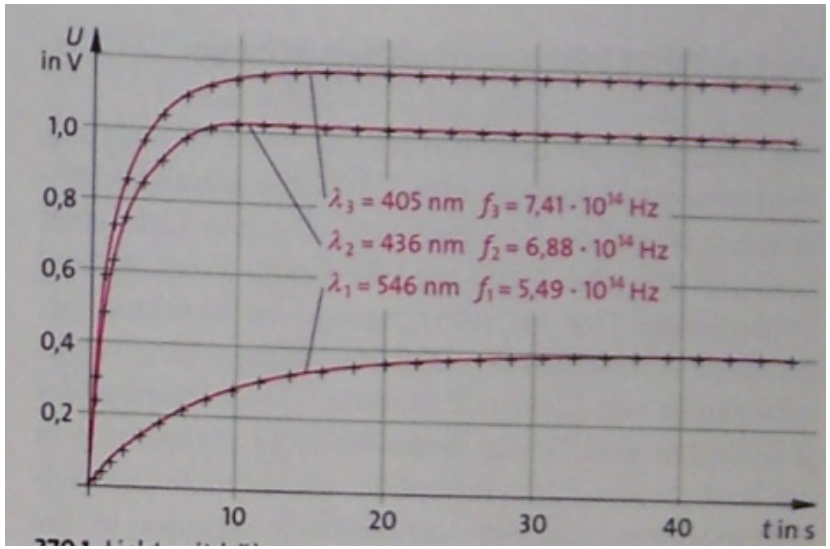
Der lichtelektrische Effekt
("äußerer Photoeffekt")

Mit einer Photozelle lässt sich feststellen:

> Beim lichtelektrischen Effekt erhält das einzelne Elektron einen Energiebetrag, der von der Frequenz der Strahlung abhängt. Je höher die Frequenz, desto größer der Energiebetrag.



Nach kurzer Beleuchtung stellt sich eine Sättigungsspannung ein



Deutung:

Das Licht bringt die zur Ionisation nötige Auslösearbeit W_A auf und verleiht den Elektronen darüberhinaus noch eine kinetische Energie E_{kin}.

Mit dieser Energie laufen die Elektronen gegen das (zunächst wachsende) E-Feld zwischen Anodendraht und Cs-Kathode an. Schaffen sie es gerade nicht mehr bis zum Anodendraht, gilt:

$$E_{kin} = E_{pot} = e\,U_0$$

D.h. die über die Spannung gemessene Energie der Elektronen liefert Auskunft über die Energie des Lichtes:

$$E = W_A + E_{kin} = W_A + e\,U_0 = h \cdot f \quad \text{(Planck)}$$

$\Leftrightarrow$ (eU_0 gegen f aufgetragen ergibt eine Gerade) $\quad eU_0 = h \cdot f - W_A$

Bsp.-Messung (2007)

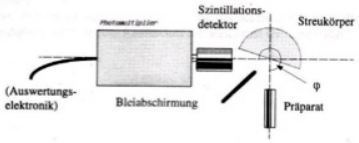
Farbe	Wellenlänge/nm	f/Hz	Spannung
rot	6,45E-07	4,65E+14	1,00E-01
gelb	5,89E-07	5,09E+14	2,30E-01
grün	5,71E-07	5,25E+14	3,10E-01
blau-violett	4,35E-07	6,90E+14	9,20E-01

Ergebnis: $h = 5{,}91 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}$

($h_{Lit} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}$)

- Der Energieaustausch von Licht mit Materie erfolgt beim lichtelektrischen Effekt in Energiebeträgen der Größe $E = hf$. Diese quantisierten Energiebeträge werden von **Lichtquanten** oder **Photonen** übertragen. Mit der Absorption eines Photons wird die Energie $E = hf$ auf ein Elektron übertragen. Die Größe der absorbierten Energiebeträge ist der Frequenz f des Lichtes proportional.
- Ein Elektron absorbiert jeweils nur die Energie eines Photons. Die Energie des Lichtes wird damit nicht kontinuierlich, sondern nur in festen Energiebeträgen absorbiert.
- Eine Erhöhung der Intensität des Lichtes bedeutet eine Vergrößerung der Anzahl der Photonen, die in einer bestimmten Zeit in einem Volumen absorbiert werden.

Compton-Effekt *Der nach Arthur Compton benannte Effekt bezeichnet die Vergrößerung der Wellenlänge eines Photons bei der Streuung an einem Elektron (oder anderen geladenen Teilchen). Die Wechselwirkung zwischen Photon und Elektron wird dabei genauso beschrieben wie der elastische Stoß zwischen Billardkugeln – ein weiterer Hinweis auf den Teilchencharakter des Lichtes.*

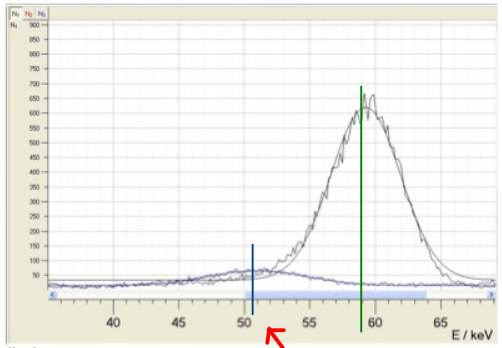


2.1. Ein γ-Strahlungsdetektor („*Szintillationsdetektor mit Photomultiplier*") hat unter zwei Winkeln φ die γ-Spektren gemessen (s. unten rechts).

a) Bestimme die Wellenlänge λ der ursprünglichen Photonen ($\varphi = 0°$, dunkler Graph).

b) Bestimme die Wellenlänge λ' der gestreuten Photonen ($\varphi = 160°$, heller Graph).

(Tipp: Bestimme die Mitte der Peaks! Umrechnung eV → J !)



2.2. Nach der Theorie von Compton gilt für die Wellenlängenänderung

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} \cdot (1 - \cos\varphi)$$

$$m_e = \text{Masse des } e^-$$

a) Berechne die Wellenlänge λ' der gestreuten Photonen.

b) Berechne die Energie E' in der Einheit eV.

c) Vergleiche die Werte λ' und E' mit denen, die du in 2.1. aus dem Graphen ermittelt hast und gib ein abschließendes physikalisches Urteil ab.

2.1. a) $E \approx 59\,keV = 9{,}44 \cdot 10^{-15}\,J$

$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$ $\quad c = \lambda \cdot f \Leftrightarrow f = \frac{c}{\lambda}$

$\Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = 2{,}1 \cdot 10^{-11}\,m$

b) $\lambda' = 2{,}45 \cdot 10^{-11}\,m$

$E' = 50{,}7\,keV$

2.2. a) $\Delta\lambda = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\,m \cdot (1 - \cos 160°)$

$= 4{,}71 \cdot 10^{-12}\,m$

$\Rightarrow \lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 2{,}1 \cdot 10^{-11}\,m + 4{,}71 \cdot 10^{-12}\,m$

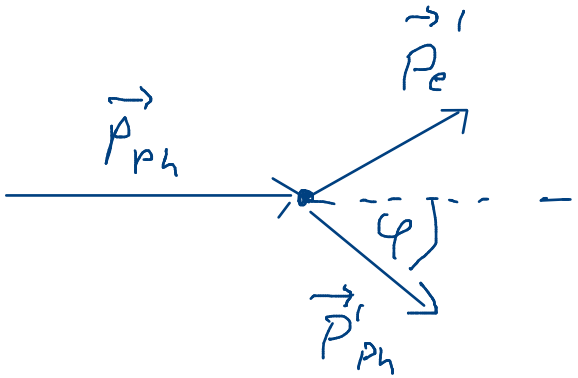
$= 2{,}57 \cdot 10^{-11}\,m$

b) $E' = \frac{hc}{\lambda'} = 7{,}73 \cdot 10^{-15}\,J = \underline{\underline{48{,}5\,keV}}$

5% Abweichung

$$p = mv \overset{(Ph.v.)}{=} mc = \frac{h}{\lambda c} \cdot c = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = mc^2 \Leftrightarrow m = \frac{E}{c^2} \overset{(Ph.v.)}{=} \frac{hf}{c^2} \overset{(c=\lambda \cdot f)}{=} \frac{h \cdot c}{\lambda c^2} = \frac{h}{\lambda c}$$



$$p'_{Ph} < p_{Ph}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\lambda'} < \frac{h}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda' > \lambda$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\varphi)$$

m_e = Masse des e^-

maximal bei $\varphi = 180°$:

$$\Delta\lambda = 2 \cdot \frac{h}{m_e c}$$

$$\approx 4{,}8\ \mu m$$

U/V	1	10^3	10^6
E_{kin}/J	$1{,}6\cdot 10^{-19}$	$1{,}6\cdot 10^{-16}$	$1{,}6\cdot 10^{-13}$
$p/kg\,\frac{m}{s}$	$5{,}4\cdot 10^{-25}$	$1{,}7\cdot 10^{-23}$	$5{,}4\cdot 10^{-22}$
λ/m	$1{,}2\cdot 10^{-9}$	$3{,}88\cdot 10^{-11}$	$1{,}2\cdot 10^{-12}$

S. 386f lesen
387, 1 u. 2

$\Rightarrow v = 600000\ km/s$ ↯

Relat.-Theorie

so müsste man rechnen:

$$\left(p = \sqrt{E_{ges}^2 - E_{ruh}^2}/c \text{ und } v = c\sqrt{1-(E_{ruh}/E_{ges})^2}, \right)$$

$$\left.\begin{aligned} E_{kin} &= \frac{1}{2} m v^2 \\ &= e\,U \end{aligned}\right\} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

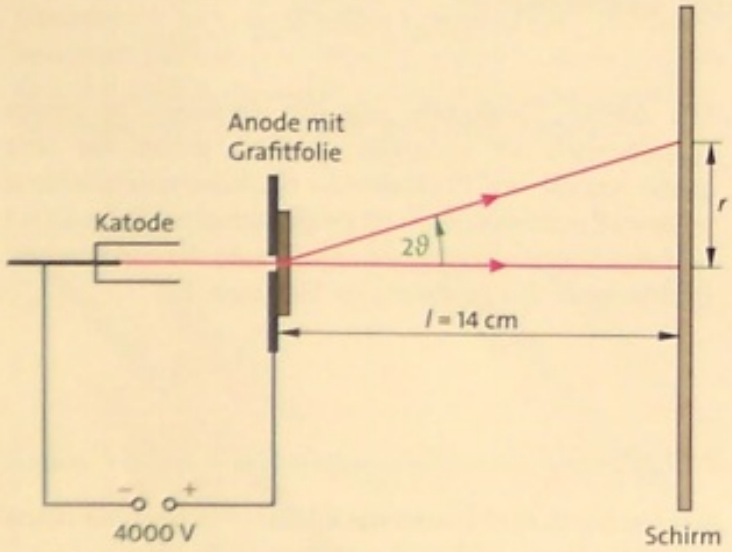
$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} m^2 v^2 = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mE_{kin}}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} \qquad \left(p = \frac{h}{\lambda}\right)$$

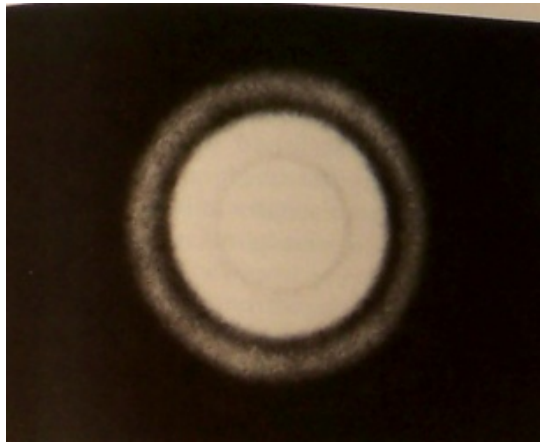
$$= 3{,}88\cdot 10^{-11}\ m$$

Materiewellen / de-Broglie-Wellen

Die Welleneigenschaften des Elektrons



390.1 Schematische Darstellung des Aufbaus der Röhre zur Elektronenbeugung. Mit der Formel $\tan 2\vartheta = r/l$ und der Bragg'schen Gleichung $2d \sin\vartheta = \lambda$ lässt sich die Wellenlänge berechnen.



Hypothesen von de Broglie

- Teilchen zeigen Welleneigenschaften. Die Wellenlänge ist $\lambda = h/p$. h ist das Planck'sche Wirkungsquantum und p der Impuls des Teilchens.
- Zwischen der Frequenz f der Welle und der Gesamtenergie E des Teilchens besteht die Beziehung $E = hf$.

Die Gleichung $\lambda = h/p$ wird als De-Broglie-Gleichung bezeichnet, λ ist die **De-Broglie-Wellenlänge.**

Die Heisenbergsche Unschärferelation

Ausgehend von den Untersuchungen Fouriers zum Zusammenhang zwischen Zeitdauer einer Welle und Frequenzintervall, aus dem die die Welle bildenden Frequenzen entnommen sind, formulierte Heisenberg die in der Quantenmechanik bedeutende Relation für Quantenobjekte:

$$\Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{2} \quad , \quad \text{3-dim. Kugelwellen} \quad \Delta t \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}$$

mit $E = h \cdot f$ folgt daraus für qm. Objekte (Wellen)

$$\boxed{\Delta t \cdot \Delta E \geq \frac{h}{4\pi}}$$

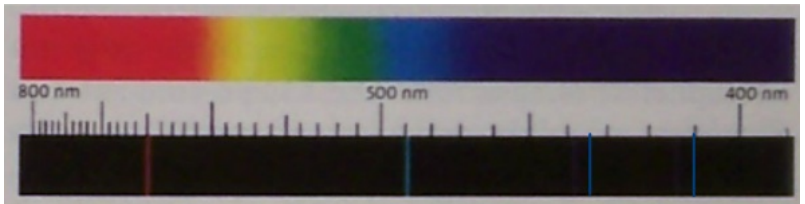
$$f \cdot \lambda = v \quad , \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{v \cdot p}{h} \quad \Rightarrow \quad \Delta E = \frac{v \cdot \Delta p \cdot h}{h} = v \cdot \Delta p$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} \quad \Rightarrow \quad \Delta t \cdot \Delta E = \frac{\Delta x}{v} \cdot v \cdot \Delta p = \Delta x \cdot \Delta p$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}}$$

Es ist prinzipiell unmöglich gleichzeitig Ort und Impuls (bzw. Zeit und Energie) eines Teilchens oder Wellenpaketes ("Quantenobjektes") exakt zu messen.

Die quantenhafte Emission



Linie	Wellenlänge λ in nm	Frequenz f in Hz	Energie $E = hf$
H_α	656	$4{,}57 \cdot 10^{14}$	$3{,}03 \cdot 10^{-19}$ J = 1,89 eV
H_β	486	$6{,}17 \cdot 10^{14}$	$4{,}09 \cdot 10^{-19}$ J = 2,55 eV
H_γ	434	$6{,}91 \cdot 10^{14}$	$4{,}58 \cdot 10^{-19}$ J = 2,86 eV
H_δ	410	$7{,}31 \cdot 10^{14}$	$4{,}84 \cdot 10^{-19}$ J = 3,02 eV

J. J. BALMER fand 1884 das Bildungsgesetz

$$f = C\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

die sogenannte **Balmer-Formel** mit der Konstanten $C = 3{,}288 \cdot 10^{15}$ Hz. Durch Einsetzen von $m = 3, 4, 5$ und 6 erhält man die Frequenzen f der vier bekannten Wasserstofflinien im sichtbaren Teil des Spektrums.

Einige Jahre später fanden Lyman und Paschen entsprechende Serien im UV- und IR-Bereich, die mit dem gleichen Bildungsgesetz reproduziert wurden, wenn man statt der 2 eine 1 bzw 3 einsetzt. Das konnte kein Zufall sein!!!

Ende des 19. Jhd. war eine der brennendsten Fragen in der Physik, ob man dieses Bildungsgesetz aus physikalischen Grundannahmen (bekannten Gesetzen, Postulaten, Axiomen ...) herleiten kann.

Das Bohrsche Atommodell

Ziel: Balmerformel, hergeleitet aus wenigen Grundannahmen und bekannten physikal. Gesetzmäßigkeiten

1. Postulat: e^- bewegen sich strahlungsfrei auf (Kreis-)Bahnen mit $L = m \cdot r \cdot v = n \frac{h}{2\pi}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$

$(h/2\pi = \hbar)$

2. Postulat: e^- kann nur Energie aufnehmen oder abgeben beim Bahnwechsel:

$$E_n - E_m = \Delta E = h f$$

Das Bohrsche Atommodell: Berechnung der Energieniveaus aus den Postulaten

Metzler S. 414f

$$E_n = E_{kin,n} + E_{pot,n}$$

$$\frac{1}{2} m v_n^2 + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}$$

Kreisbahn: $F_z = F_c$

$$\Leftrightarrow \frac{m v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2} \quad | : v_n \cdot r^2$$

$$\Rightarrow m r_n v_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot v_n} \quad (*)$$

$$\Rightarrow n \cdot h = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 v_n}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 n \cdot h} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n}}$$

(*) nach r_n auflösen: $r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m v_n^2} = \frac{e^2 \, 4\varepsilon_0^2 n^2 h^2}{4\pi\varepsilon_0 m \, e^4}$

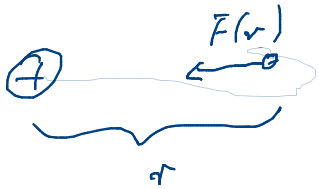
$$= \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$$

HA: $E_n = f(n)$ bestimmen

im homogenen Feld

$$W_{el} = q \cdot E \cdot s$$
$$= F \cdot s$$

Radialfeld: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}$



$$\Rightarrow W_{el} = \int F(r)\,dr$$
$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r}$$

<-- 16.1.2012