Beugung und Interferenz am Doppelspalt *Eine wichtige Eigenschaft von Wellen ist, dass sie sich unter gewissen Bedingungen nicht geradlinig ausbreiten (Beugung). Zudem kann es zur Verstärkung und Auslöschung der Intensitäten bei der Überlagerung von Wellen kommen (konstruktive und destruktive Interferenz). Dass Licht beim Durchscheinen eines Doppelspaltes oder eines optischen Gitters diese Eigenschaften ebenfalls zeigt, weist auf seinen Wellencharakter hin.*

2.1. Ein Doppelspalt mit variablem Spaltabstand wird mit Licht beleuchtet, das die Wellenlänge $\lambda_1 = 400\,nm$ besitzt. Auf dem Schirm, der $e = 0{,}50\,m$ entfernt aufgestellt ist, entstehen helle Streifen im Abstand a.

a) Berechnen Sie für $a_1 = 3{,}0\,mm$ den Abstand d_1 der Spalte.

b) Welche Wellenlänge λ liegt vor, wenn der gleiche Ort des Maximums 1. Ordnung $a_1 = 3{,}0\,mm$ bei einem Spaltabstand von $d_2 = 7{,}5\cdot10^{-5}\,m$ gefunden wird?

2.2. Der Doppelspalt wird mit zweifarbigem Licht (blau: $\lambda_2 = 450\,nm$ und rot: $\lambda_3 = 700\,nm$) beleuchtet.

a) Beschreiben Sie detailliert unter Verwendung der berechneten Orte der Maxima das Lichtmuster, das bei unverändertem Spaltabstand $d_2 = 7{,}5\cdot10^{-5}\,m$ und unverändertem Schirmabstand $e = 0{,}50\,m$ entsteht, bis zum fünften Hauptmaximum.

b) Schätzen Sie ab, ob Sie die ersten fünf Maxima der beiden Farben getrennt wahrnehmen können?

c) Berechnen Sie die Wellenlänge λ_4, bei der ihr Maximum 2. Ordnung mit dem Maximum 3. Ordnung des blauenLichtes $(\lambda_2 = 450\,nm)$ exakt zusammenfällt. c) $2\lambda_4 = 3\cdot\lambda_2 \Rightarrow \lambda_4 = 675\,nm$

$\frac{\Delta s}{d} = \frac{a_n}{e}$ bei konst. Inf. $\Delta s = n\cdot\lambda$

2.1.

a) $\frac{n\cdot\lambda}{d} = \frac{a_n}{e} \overset{hier}{=} \frac{\lambda}{d_1} = \frac{a_1}{e} \Rightarrow d_1 = \frac{\lambda e}{a_1} = 67\,\mu m$

$= \frac{400\cdot10^{-9}\cdot0{,}5}{3\cdot10^{-3}}\,m$

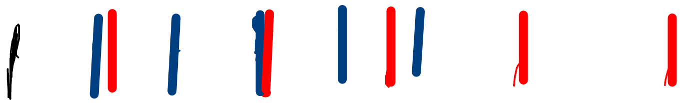
b) $\lambda = \frac{a_1\cdot d_2}{e} = 450\,nm$

$a_n = \frac{n\cdot\lambda\cdot e}{d}$

2.2.

a)

	$\lambda_2 = 450\,nm$	$\lambda_3 = 700\,nm$
a_1	3 mm	$4,\overline{6}$ mm
a_2	6 mm	$9,\overline{3}$ mm
a_3	9 mm	14 "
a_4	12 mm	$18,\overline{6}$ "
a_5	15 mm	$23,\overline{3}$ "



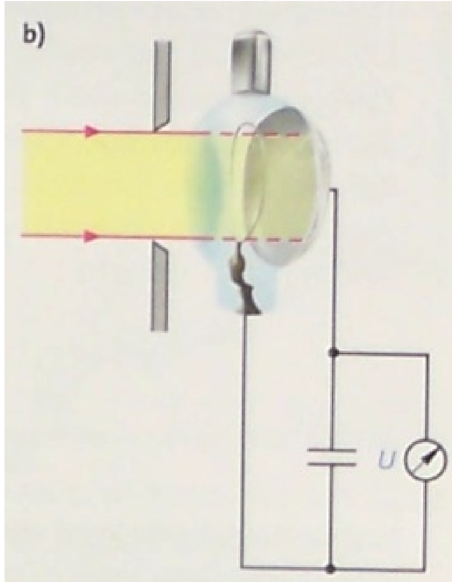
b)

↑ nicht getrennt wahrnehmbar

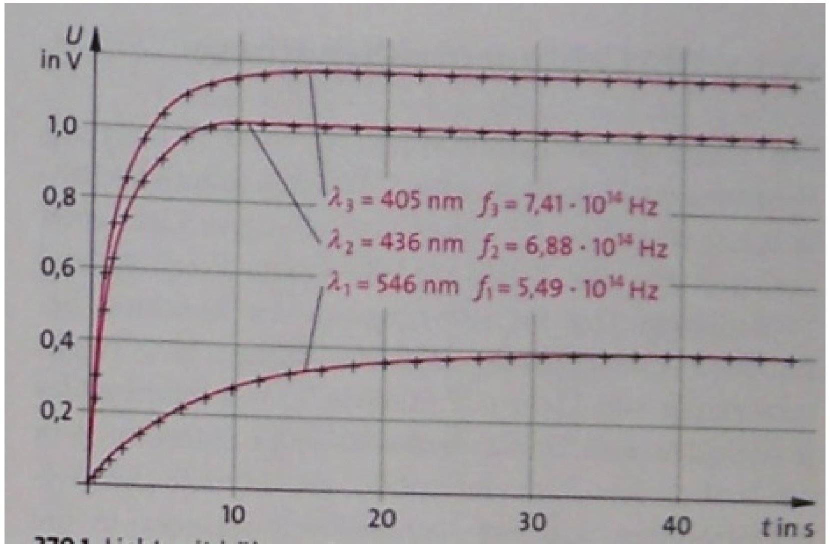
Der lichtelektrische Effekt
("äußerer Photoeffekt")

Mit einer Photozelle lässt sich feststellen:

> Beim lichtelektrischen Effekt erhält das einzelne Elektron einen Energiebetrag, der von der Frequenz der Strahlung abhängt. Je höher die Frequenz, desto größer der Energiebetrag.



Nach kurzer Beleuchtung stellt sich eine Sättigungsspannung ein



Deutung:

Das Licht bringt die zur Ionisation nötige Auslösearbeit W_A auf und verleiht den Elektronen darüberhinaus noch eine kinetische Energie E_{kin}.

Mit dieser Energie laufen die Elektronen gegen das (zunächst wachsende) E-Feld zwischen Anodendraht und Cs-Kathode an.

Schaffen sie es gerade nicht mehr bis zum Anodendraht, gilt:

$$E_{kin} = E_{pot} = e\,U_0$$

D.h. die über die Spannung gemessene Energie der Elektronen liefert Auskunft über die Energie des Lichtes:

$$E = W_A + E_{kin} = W_A + e\,U_0 = h \cdot f \quad \text{(Planck)}$$

$$\Leftrightarrow \quad e\,U_0 = h \cdot f - W_A$$

(eU_0 gegen f auftragen ergibt eine Gerade)

Bsp.-Messung (2007)

Farbe	Wellenlänge/n	f/Hz	Spannung
rot	6,45E-07	4,65E+14	1,00E-01
gelb	5,89E-07	5,09E+14	2,30E-01
grün	5,71E-07	5,25E+14	3,10E-01
blau-violett	4,35E-07	6,90E+14	9,20E-01

Ergebnis: $h = 5{,}91 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}$

$(h_{Lit} = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Js})$

Der Compton-Effekt

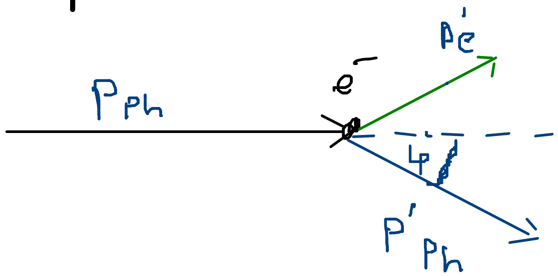
(✱) λ_c = Compton-wellenlänge $= 2{,}43\,\text{pm}$

Impuls eines Photons: $p = m \cdot v = m \cdot c = \frac{h}{\lambda}$

$$E = mc^2 \Leftrightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{hf}{c^2} = \frac{h \cdot c}{c^2 \lambda} = \frac{h}{c \cdot \lambda}$$

$$\left(c = \lambda f \Leftrightarrow f = \frac{c}{\lambda}\right)$$

"klassischer" Stoßprozess (wie mit Billardkugeln), bei dem das Photon Impuls an das Elektron abgibt:



$$p_{Ph}' < p_{Ph}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\lambda'} < \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda' > \lambda$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} \cdot (1 - \cos\varphi), \quad (\Delta\lambda)_{max} = 2 \cdot \frac{h}{m_e \cdot c} = 2 \cdot \lambda_c$$

Ergebnis: neben der urspr. Strahlung misst man Photonen mit geringerem Impuls, also größerer (✱) Wellenlänge, d.h. geringerer Frequenz, d.h. geringerer Energie.
Die Wellenlängenänderung wird durch das "Billardkugel-Modell" von Compton vorausgesagt!

=> Licht verhält sich in manchen Situationen wie ein Teilchen!

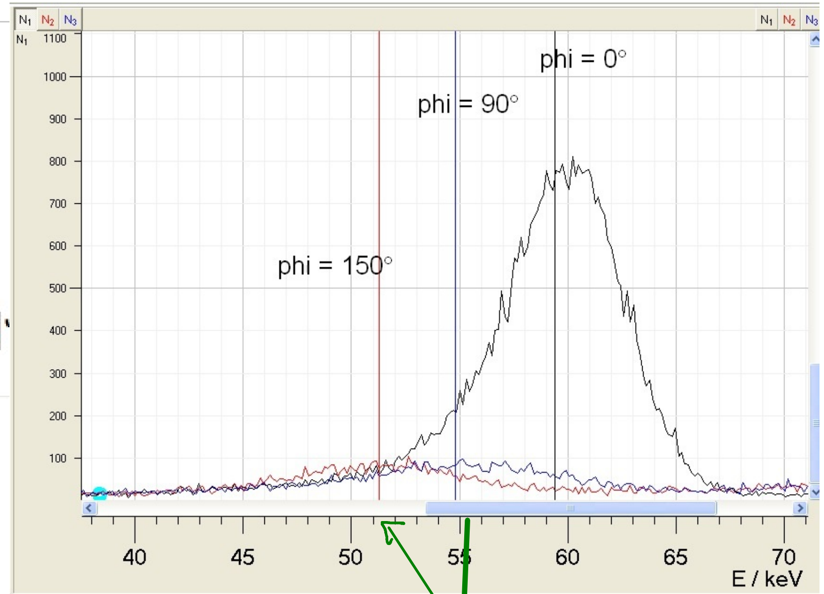
Compton-Effekt:

1. Kalibration mit Am-241 (Gammaenergie: 60 keV) -> E in J berechnen, Wellenlänge λ berechnen
2. $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda(150°)$ -> E' in J -> E' in eV berechnen
3. $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda(90°)$ -> E' in J -> E' in eV berechnen
4. Vgl. mit E'-Werten aus den Spektren

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c} \cdot (1 - \cos(\varphi)) = \lambda_C \cdot (1 - \cos(\varphi))$$

$$mit\ \lambda_C = \frac{h}{mc} = 2{,}43\ pm$$

„Compton-Wellenlänge λ_C"



$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = 2{,}06 \cdot 10^{-11}\ m$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos(150°)) = 4{,}5 \cdot 10^{-12}\ m$$

$$\Rightarrow \underset{(150°)}{\lambda'} = \lambda + \Delta\lambda = 2{,}5 \cdot 10^{-11}\ m$$

$$\Rightarrow E'(150°) = \frac{h \cdot c}{\lambda'} = 49{,}7\ keV$$

Vgl.: $\approx 5\%$ Abweichung

---

das gleiche für 90°

$$\Delta\lambda = 2{,}42 \cdot 10^{-12}\ m$$

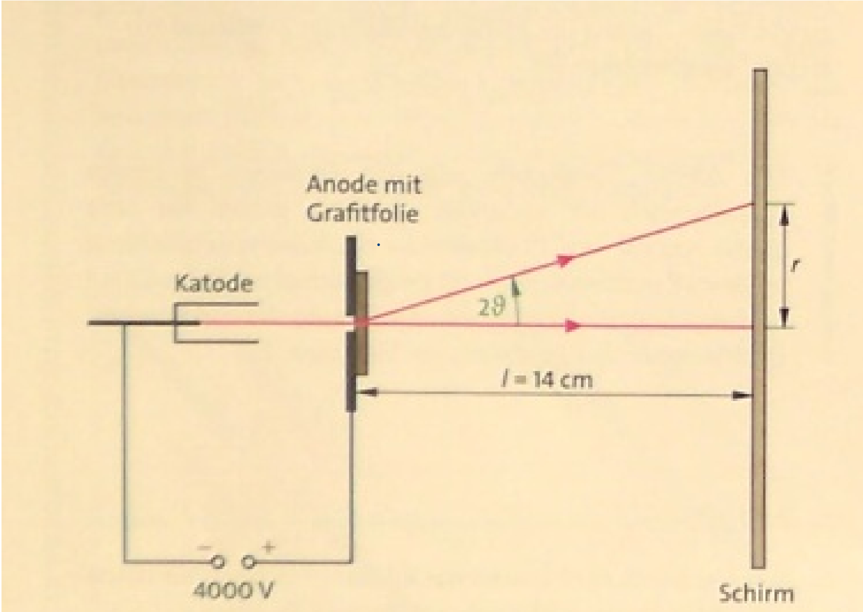
$$\Rightarrow \lambda' = 2{,}3 \cdot 10^{-11}\ m$$

$$\Rightarrow E' = 54\ keV$$

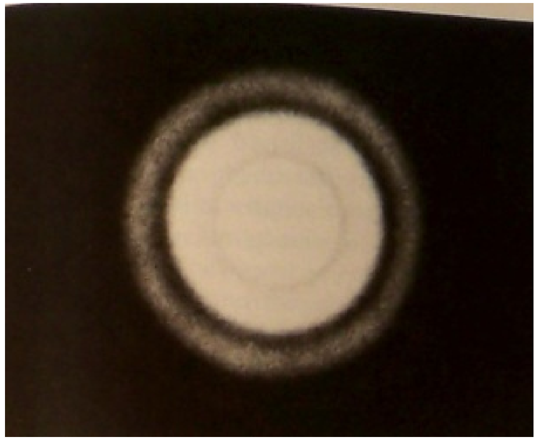
Vgl.: 54,9 keV

Materiewellen / de-Broglie-Wellen

Die Welleneigenschaften des Elektrons



390.1 Schematische Darstellung des Aufbaus der Röhre zur Elektronenbeugung. Mit der Formel $\tan 2\vartheta = r/l$ und der Bragg'schen Gleichung $2d \sin\vartheta = \lambda$ lässt sich die Wellenlänge berechnen.



Hypothesen von de Broglie

- Teilchen zeigen Welleneigenschaften. Die Wellenlänge ist $\boxed{\lambda = h/p}$. h ist das Planck'sche Wirkungsquantum und p der Impuls des Teilchens.
- Zwischen der Frequenz f der Welle und der Gesamtenergie E des Teilchens besteht die Beziehung $E = hf$.

Die Gleichung $\lambda = h/p$ wird als De-Broglie-Gleichung bezeichnet, λ ist die **De-Broglie-Wellenlänge**.

$$E_{kin} = 6\,keV$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2m} m^2 v^2$$

$$= \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2m E_{kin}} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m E_{kin}}}$$

$$= 1{,}6 \cdot 10^{-11}\,m$$

<-- 12.12