Herleitung der Gleichungen für v_1' und v_2' beim elastischen Stoß

$$(1)\quad \frac{1}{2}m_1 v_1^2+\frac{1}{2}m_2 v_2^2=\frac{1}{2}m_1 v_1'^2+\frac{1}{2}m_2 v_2'^2$$

$$(2)\quad m_1 v_1+m_2 v_2=m_1 v_1'+m_2 v_2'$$

$$aus\,(1)\,folgt: \qquad m_1(v_1^2-v_1'^2)=m_2(v_2'^2-v_2^2)$$

$$(3.\text{binom.}\,Formel)\ \Leftrightarrow m_1(v_1-v_1')(v_1+v_1')=m_2(v_2'-v_2)(v_2'+v_2) \qquad (3)$$

$$aus\,(2)\,folgt: \quad m_1(v_1-v_1')=m_2(v_2'-v_2) \qquad (4)$$

$$(3):(4)\Rightarrow v_1+v_1'=v_2+v_2' \ \Leftrightarrow\ v_2'=v_1+v_1'-v_2 \qquad (5)$$

$$(5)\,eingesetzt\ \text{in}\,(4): \qquad m_1(v_1-v_1')=m_2(v_1+v_1'-2v_2)$$

Herleitung der Gleichungen für v_1' und v_2' beim elastischen Stoß

$$(5)\, eingesetzt \text{ in} (4): \qquad m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_1 + v_1' - 2v_2)$$

$$\Leftrightarrow \qquad (m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2 = v_1'(m_1 + m_2)$$

$$\Leftrightarrow \qquad v_1' = \frac{m_1 v_1 + m_2(2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$$

$$durch\, Vertauschen\, der\ Indizes\, entsprechend:$$

$$v_2' = \frac{m_2 v_2 + m_1(2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$