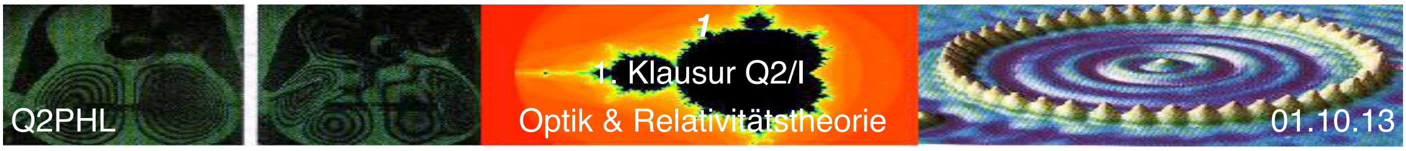

Allgemeine Hinweise:

- *Kommentieren Sie Ihre Lösungen! (Erläuterungen, Begründungen, Folgerungen)*
- *Rechnen Sie in SI-Einheiten (kg, m, s etc.)!*
- *Überprüfen Sie die physikalischen Einheiten in Ihren Rechenschritten und Lösungen! (Vor allem bei längeren Rechenwegen!)*
- *Lesen Sie die Aufgaben zunächst alle einmal und beginnen Sie dann mit der für Sie einfachsten Aufgabe!*

Erlaubte Hilfsmittel: *Taschenrechner, Formelsammlung, Schreibutensilien*

Aufgabe 1: Interferenz Auf einer CD werden Informationen digital in der so genannten Datenspirale, einer spiralförmigen Rille (*Groove*) in der CD, durch unterschiedlich lange Vertiefungen (Pits) gespeichert, die sich mit einem Laser im CD-Player auslesen lassen. Zwischen den Rillen der Datenspirale bleibt ein ebenfalls spiralförmig angeordneter, erhöhter und reflektierender Steg (*Land*) stehen. Um Informationen über die Dichte der Rillen bzw. den Rillenabstand oder der damit identischen Dichte der Stege bzw. den Stegabstand einer CD zu gewinnen, wird diese in einem Experiment mit monochromatischem Licht der Wellenlänge $\lambda = 632{,}8\,nm$ bestrahlt.

1.1. Beschreiben Sie das vorgeführte Experiment und stellen Sie die Intensitätsverteilung auf dem Schirm in einer Zeichnung dar. Skizzieren Sie kurz ein Ihnen bekanntes Experiment, das ein entsprechendes Interferenzbild zeigt.

1.2. Erklären Sie unter Nutzung einer sorgfältig angelegten Zeichnung qualitativ die Entstehung der Interferenzmaxima und der Bereiche schwacher Lichtintensität zwischen den Maxima.

1.3. Im Abstand a_n von der Mitte (vom Maximum 0. Ordnung) ist dann ein Maximum der Ordnung n zu beobachten, wenn die Bedingung $\frac{n\lambda}{g} = \frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + e^2}}$ erfüllt ist. Dabei bezeichnet g den Stegabstand und e den Abstand des Schirms von der CD. Leiten Sie diese Beziehung anhand einer Zeichnung begründet her und berechnen Sie mithilfe der Messwerte von a_1 und e den Stegabstand g der CD. *(Daten aus dem Experiment stehen an der Tafel.)*

1.4. Wenn man eine CD in den Händen hält, fallen sofort die sichtbaren farbigen Spektren auf. Halten Sie die Ihnen zur Verfügung gestellte CD waagerecht mit dem Etikett in Richtung zum Fußboden, so dass das Licht der Deckenlampe (Leuchtstoffröhre) Spektren erzeugt. Kippen Sie die CD nun so zur Lampe hin, dass sich die Spektren gut beobachten lassen. Beschreiben Sie die Farberscheinungen und erläutern Sie das Zustandekommen. Gehen Sie hierbei insbesondere auf die Reihenfolge der Farben ein. Ergänzen Sie Ihre Erläuterungen gegebenenfalls mit qualitativen Skizzen.

Aufgabe 2: Relativitätstheorie Die neuen Ideen der speziellen Relativitätstheorie, die 1905 von Albert Einstein veröffentlicht wurden, haben das bis dahin geltende klassische Weltbild völlig verändert, ihre Folgerungen („Zeitdilatation“, „Längenkontraktion“, „relativistische Massenzunahme“) scheinen auch heute noch unvereinbar mit der „alltäglichen“ Erfahrung. Der Grund dafür ist, dass die Vorhersagen der Relativitätstheorie erst bei sehr hohen Geschwindigkeiten, die wir Menschen wahrscheinlich niemals erreichen werden, von denen der klassischen Newtonschen Mechanik abweichen, man sagt auch: die klassische Mechanik ist als Grenzfall „$v \ll c$“ („v ist sehr viel kleiner als c“) in der Relativitätstheorie enthalten (das dürfen Sie in 2.4. auch „beweisen“).

2.1. Formulieren Sie die Einsteinschen Postulate der speziellen Relativitätstheorie.

2.2. Der (nach unserer Sonne) nächste Stern ist Alpha Centauri am südlichen Sternenhimmel (*die gleichnamige Fernsehsendung auf BR-α mit Prof. Lesch ist unbedingt empfehlenswert*). Seine Entfernung beträgt 4,5 Lichtjahre.

a) Wie lange braucht ein Raumschiff mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}5\,c$ von der Erde aus gesehen, um zum Stern zu gelangen?

b) Wie lange dauert der Flug für die Astronauten?

c) Welche Geschwindigkeit müßte das Raumschiff haben, wenn für die Besatzung nur ein Jahr verginge?

2.3. Die Zeitdilatation läßt sich experimentell an schnellen Myonen bestätigen. Myonen sind instabile Elementarteilchen, die mit einer Halbwertszeit von $1{,}52\,\mu s$ zerfallen, d.h. nach $1{,}52\,\mu s$ existiert nur noch die Hälfte der Myonen, nach $3{,}04\,\mu s$ nur noch ein Viertel usw. Diese Zeit kann als Uhrentakt im Eigensystem S' der bewegten Myonen angenommen werden. In einem Gedankenexperiment soll ein Beschleuniger kontinuierlich Myonen mit der Geschwindigkeit v = 0,9994c ins Vakuum liefern. Die relative Myonenzahl wird entlang einer Messstrecke im Laborsystem S registriert.

a) Zeigen Sie, dass aus klassischer Sicht folgende Messwerte zu erwarten wären:

Messort x in m	0	456	911	1370
Myonenanzahl N in %	100	50	25	12,5

b) Berücksichtigt man die Ergebnisse realer Messungen in diesem Gedankenexperiment, hätte sich die Myonenanzahl jedoch erst in einer Entfernung x = 13,16km vom Beschleuniger auf die Hälfte verringert. Weisen Sie nach, dass sich dieser Wert über eine Rechnung mit einem relativistischen Ansatz bestätigen lässt.

c) Berechnen Sie die Halbwertszeit der Myonen im Laborsystem S.

2.4. *Die folgende Aufgabe sieht zunächst sehr schwer aus, verlangt aber lediglich die Anwendung eines mathematischen „Kochrezeptes": die Taylorreihe. Lies dir dazu zuerst den mathematischen Exkurs am Ende der Klausur durch und lass dich auf keinen Fall frühzeitig abschrecken!*

Die wahrscheinlich bekannteste Formel der Menschheitsgeschichte lautet $E=m\,c^2$. Sie gibt die relativistische <u>Gesamt</u>energie eines Körpers der Masse m_0 und der Geschwindigkeit v an; das m in der Formel ist nämlich die sogenannte dynamische Masse (die wir im Unterricht noch behandeln werden):

$$E=m\,c^2=\frac{m_0\,c^2}{\sqrt{(1-v^2/c^2)}}=E_0+E_{kin} \qquad mit\;E_0=m_0\,c^2=Ruheenergie\;des\;Körpers\;der\;Masse\;m_0 \qquad \textbf{(1)}$$

Daraus ergibt sich die relativistische kinetische Energie zu .

$$E_{kin}=E-E_0=\frac{m_0\,c^2}{\sqrt{(1-v^2/c^2)}}-m_0\,c^2=m_0\,c^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{(1-v^2/c^2)}}-1\right) \quad \textbf{(2)}$$

Zeigen Sie, dass die relativistische kinetische Energie im Grenzfall „ $v\ll c$ " (d.h. $v^2/c^2\ll 1$) in die klassische kinetische Energie $E_{kin}=\frac{1}{2}m_0 v^2$ übergeht.

(Tipp: Taylorentwicklung von $\frac{1}{\sqrt{(1-x)}}$ *für kleine x, anwenden in* ***(2)*** *mit* $x=\frac{v^2}{c^2}$ *.)*

Mathematischer Exkurs über Taylorreihen:

Für unendlich oft differenzierbare Funktionen f(x) ist die Taylorreihe[1] definiert als

$$T(x)=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{f^{(i)}(0)}{i!}x^i \qquad mit\;f^{(i)}(0)=Funktionswert\;der\;i-ten\;Ableitung\;von\;f\;an\;der\;Stelle\;0\,;$$

$$[\,i!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot i\;\;(sprich:'i\;Fakultät');\;\;0!=1]\,.$$

Für kleine x reicht es häufig, nur die Summe aus den ersten beiden Summanden zu berechnen, T(x) liefert dann einen guten Näherungswert für f(x). Unglaublich? Hier ein Bsp.:

$$f(x)=\sqrt{a+x}\;\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a+x}}\;\Rightarrow T(x)=\frac{f(0)}{0!}\cdot x^0+\frac{f'(0)}{1!}\cdot x^1+\ldots=\sqrt{a}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot x+\ldots$$

Daraus ergibt sich die Behauptung $\sqrt{a+x}\;\approx\;\sqrt{a}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}}\cdot x$.

Und was kann man damit anfangen? Z.B. „schwierige" Wurzeln ohne TR ziehen: $\sqrt{2660}$ *kann wohl keiner von euch im Kopf rechnen, aber die folgende Rechnung mit a=2500 und x=160 wahrscheinlich doch:*

$\sqrt{2660}=\sqrt{2500+160}\approx50+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{50}\cdot160=51{,}6$. *Was sagt der TR? Ist das faszinierend, oder nicht?*

Die Approximation („Annäherung") einer Funktion durch die ersten Summanden ihrer Taylorreihe ist ein äußerst beliebtes Hilfsmittel in der theoretischen Physik. Weitere Bsp.:

Für kleine x gilt $\sin(x)\approx x-\frac{x^3}{3!}=x-\frac{x^3}{6}\approx x$, $\cos(x)\approx1-\frac{x^2}{2!}=1-\frac{x^2}{2}$ *(Winkel jeweils im Bogenmaß),* $e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+\ldots$ *u.v.m.*

---

1 *Präzise formuliert handelt es sich hierbei um die Taylorreihe mit Entwicklungsstelle 0, auch Maclaurin-Reihe genannt.*