PhL1 Jgst. 13	07.10.02
1. Physikklausur 1. Hj.	9.55 – 14.10 Uhr

Relativitätstheorie

Allgemeine Hinweise:

- *Kommentieren Sie Ihre Lösungen! (Erläuterungen, Begründungen, Folgerungen)*
- *Überprüfen Sie die physikalischen Einheiten in Ihren Rechenschritten und Lösungen! (Vor allem bei längeren Rechenwegen!)*
- *Lesen Sie die Aufgaben zunächst alle einmal und beginnen Sie dann mit der für Sie einfachsten Aufgabe!*

Erlaubte Hilfsmittel: *Taschenrechner, Formelsammlung, Schreibutensilien*

---

0. Relativ kleine Aufgaben

a) Formulieren Sie die Einsteinschen Postulate der speziellen Relativitätstheorie.

b) Synchronisierte Uhren eines Inertialsystems I messen als Dauer eines Vorgangs die Zeitspanne Δt. Welche Eigenzeit misst eine Uhr,die sich in I mit der Geschwindigkeit v bewegt, für denselben Vorgang?

c) Was würde man klassisch und was relativistisch in einem Handspiegel beobachten, wenn man – wie Einstein es sich vorstellte – mit Lichtgeschwin–digkeit läuft?

d) Konstruieren Sie ein Minkowski–Diagramm, in dem ein Inertialsystem I ein rechtwinkliges Koordinatensystem bildet und I' sich relativ zu I mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}5\ c$ bewegt (die Zeicheneinheit e' braucht hier nicht berechnet zu werden).

1. Zeitdilatation

Eine Folgerung aus der Speziellen Relativitätstheorie ist die Zeitdilatation, deren experimentelle Bestätigung auch durch Messung an schnellen Myonen erfolgte. Myonen sind instabile Elementarteilchen, die mit einer Halbwertszeit von $1{,}52\mu s$ zerfallen. Diese Zeit kann als Uhrentakt im Eigensystem S' der bewegten Myonen angenommen werden. In einem Gedankenexperiment soll ein Beschleuniger kontinuierlich Myonen mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}9994c$ ins Vakuum liefern. Die relative Myonenzahl wird entlang einer Messstrecke im Laborsystem S registriert.

a) Zeigen Sie, dass aus klassischer Sicht folgende Messwerte zu erwarten wären:

Messort x in m	0	456	911	1370
Myonenanzahl N in %	100	50	25	12,5

Berücksichtigt man die Ergebnisse realer Messungen in diesem Gedankenexperiment, hätte sich die Myonenanzahl jedoch erst in einer Entfernung $x = 13{,}16km$ vom Beschleuniger auf die Hälfte verringert.

b) Weisen Sie nach, dass sich dieser Wert über eine Rechnung mit einem relativistischen Ansatz bestätigen lässt.

c) Berechnen Sie die Halbwertszeit der Myonen im Laborsystem S.

PhL1 Jgst. 13	**07.10.02**
1. Physikklausur 1. Hj.	9.55 – 14.10 Uhr

Relativitätstheorie

2. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

Zeigen Sie, dass Licht, das von einem mit 0,99 c fliegenden Ion ausgesandt wird, sowohl in als auch entgegen der Flugrichtung Lichtgeschwindigkeit hat.

3. Addition von Geschwindigkeiten

a) Ein Überschallflugzeug bewege sich mit einer Geschwindigkeit von 1000 m/s entlang der x–Achse des Ruhesystems S eines Beobachters. Ein weiteres Flugzeug bewege sich ebenfalls entlang der x–Achse und relativ zum ersten mit der Geschwindigkeit 500 m/s. Wie groß ist die vom Beobachter gemessene Geschwindigkeit des zweiten Flugzeugs?

b) Was ändert sich in a), wenn das erste Flugzeug mit der Geschwindigkeit 0,8 c und das zweite Flugzeug relativ zum ersten ebenfalls mit der Geschwindigkeit 0,8 c fliegen würde?

4. Elementarteilchenphysik

a) Erläutern Sie die Grundprinzipien des Standardmodells.

b) Beschreiben Sie den Prozess der Paarvernichtung am Beispiel eines Elektrons und seines Antiteilchens („Positron“). Welche Energie wird bei diesem Vorgang frei, wenn die Partner vorher nahezu in Ruhe waren? In welcher Form wird diese Energie frei?

c) Auf welche Geschwindigkeit muss ein Elementarteilchen gebracht werden, damit seine Masse doppelt so groß ist wie seine Ruhemasse?

d) Wie groß ist die dynamische Masse von Elektronen in kg, wenn sie im Beschleuniger eine Energie von 41 GeV erhalten? Wie groß ist ihre kinetische Energie? Welche Geschwindigkeit besitzen sie? Wie groß wäre ihre Geschwindigkeit nach einer klassischen Rechnung?

5. Lorentztransformation und Zeitdilatation

Betrachten Sie zwei Ereignisse, die in einem Inertialsystem I' am gleichen Ort zu unterschiedlichen Zeiten stattfinden. I' bewege sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}=(v,0,0)$ relativ zu einem Inertialsystem I.

a) Was sieht ein Beobachter in I ?

b) Welche Zeitdauer misst der Beobachter in I zwischen den beiden Ereignissen?

c) Die Zeit zwischen zwei Ereignissen, die in einem Bezugssystem am selben Ort stattfinden, heißt bekanntlich auch Eigenzeit. Können Sie ein Bezugssystem angeben, in dem die zwischen diesen Ereignissen gemessene Zeit kürzer ist als die Eigenzeit.

Relativitätstheorie

6. Das Gewicht der Sonnenstrahlung

Die Strahlungsleistung der Sonne beträgt $4\cdot 10^{26} W$.

a) Begründen Sie, dass sich die Masse der Sonne ständig verringert.

b) Berechnen Sie den absoluten Massenverlust der Sonne pro Sekunde und den prozentualen Massenverlust in 1000 Jahren (Masse der Sonne: $2\cdot 10^{30} kg$).

c) Berechnen Sie, wie lange die Sonne bei dem in b) berechneten Massenverlust höchstens noch existieren kann (wenn nichts anderes dazwischenkommt).

7. Der optische Doppler–Effekt

Der Doppler–Effekt beschreibt Frequenzänderungen, die bei Wellen auftreten, wenn sich Sender oder Empfänger bewegen – für Schallwellen eine aus dem Alltag bekannte Erscheinung. Für Lichtwellen war der Effekt im 19. Jahrhundert von Christian Doppler vorhergesagt worden; er sollte für die Astrophysik zu einer wichtigen Messmethode werden.

1929 hatte der amerikanische Astronom Edwin Hubble erstmals das Licht ferner Galaxien spektral zerlegt. Er entdeckte, dass typische Spektrallinien bekannter Elemente nicht bei den im Labor gemessenen charakteristischen Wellenlängen auftreten, sondern zu längeren Wellenlängen – also zum roten Bereich –verschoben sind. Hubble deutete diese Rotverschiebung als Doppler–Effekt einer sich entfernenden Lichtquelle analog zu dem tieferen Motorengeräusch, mit dem wir ein Fahrzeug hören, das sich von uns entfernt. Ohne Kenntnis der Relativitätstheorie könnte man aus dieser Fluchtbewegung den Schluss ziehen, dass wir ruhen und alle Galaxien sich von uns entfernen. Tatsächlich entfernen sich alle Galaxien relativ voneinander. Aus der Rotverschiebung lässt sich eine Fluchtgeschwindigkeit der Galaxien berechnen. Hubble machte die überraschende Feststellung, dass die relative Fluchtgeschwindigkeit umso größer ist, je weiter die Galaxien voneinander entfernt sind. Man erklärt dies heute mit der Expansion des Universums . Aus den Rotverschiebungen sehr weit entfernter Galaxien ergeben sich Fluchtgeschwindigkeiten, die an die Lichtgeschwindigkeit heranreichen. Speziell die seit 1960 entdeckten Quasare weisen große Rotverschiebungen auf.

Sei λ_E die von einem Empfänger beobachtete Wellenlänge, λ_S die Wellenlänge des ausgesandten Lichtes, Lichtquelle und Empfänger entfernen sich voneinander mit der Relativgeschwindigkeit v. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\frac{\lambda_E}{\lambda_S}=\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \qquad [d.h.\ \lambda_E \geqslant \lambda_S]$$

Tipp: Betrachten Sie den zeitlichen Abstand T_S zweier ausgesandter Wellenberge (= Schwingungsdauer im System des Senders). Bestimmen Sie zunächst die Zeitdauer, die ein Empfänger für diesen Vorgang misst und beachten Sie zudem, dass der Sender in dieser Zeit eine Wegstrecke zurücklegt, für deren Durchlaufen das Licht eine zusätzliche Zeit benötigt. So erhalten Sie T_E, d.h. die Schwingungs–dauer, die ein Empfänger beobachtet. Über die bekannten Zusammenhänge zwischen Schwingungsdauer, Frequenz und Wellenlänge einer Welle gelangen Sie zu obiger Beziehung.

PhL1 Jgst. 13	07.10.02
1. Physikklausur 1. Hj.	9.55 – 14.10 Uhr

Relativitätstheorie

Lösungen

1.

a) $x_{1/2}=0{,}9994 \cdot c \cdot 1{,}52\mu s$

$x_{1/4}=0{,}9994 \cdot c \cdot (1{,}52 \cdot 2)\mu s$ usw.

b) $x'_{1/2}= x_{1/2} \cdot \left(\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\right)^{-1}$ =13,16 km

c) $t_{1/2}= t'_{1/2} \cdot \left(\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}\right)^{-1}$ = 43,9 μs

2.

3.

a) $v \cdot u'_x/c^2 = 5e{-}12$, d.h. nicht messbar => $u_x = u'_x + v$

b) $$u_x=\frac{u'_x+v}{1+\frac{v\cdot u'_x}{c^2}}=\frac{0{,}8c+0{,}8c}{1+\frac{0{,}8c\cdot 0{,}8c}{c^2}}=0{,}98c$$

4.

c) $$v=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot c$$

6.

b) $\Delta m/\Delta t = 1/c^2 \cdot 4 \cdot 10^{26}$ kg/s = $4{,}4 \cdot 10^9$ kg/s

in 1000 a : $\Delta m = 1{,}4 \cdot 10^{20}$ kg ≙ $(100 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{20}/2 \cdot 10^{30})$ % = $7 \cdot 10^{-9}$ %

c) $1{,}4 \cdot 10^{13}$ a