

Allgemeine Hinweise:

- Kommentieren Sie Ihre Lösungen! (Erläuterungen, Begründungen, Folgerungen)
- Rechnen Sie in SI-Einheiten (kg, m, s etc.)
- Überprüfen Sie die physikalischen Einheiten in Ihren Rechenschritten und Lösungen! (Vor allem bei längeren Rechenwegen!)
- Lesen Sie die Aufgaben zunächst alle einmal und beginnen Sie dann mit der für Sie einfachsten Aufgabe!

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, Schreibutensilien, Formelsammlung

Die Expansion des Universums

Der Doppler-Effekt beschreibt Frequenzänderungen, die bei Wellen auftreten, wenn sich Sender oder Empfänger bewegen - für Schallwellen eine aus dem Alltag bekannte Erscheinung. Für Lichtwellen war der Effekt im 19. Jahrhundert von Christian Doppler vorhergesagt worden; er sollte für die Astrophysik zu einer wichtigen Messmethode werden.

1929 hatte der amerikanische Astronom Edwin Hubble erstmals das Licht ferner Galaxien spektral zerlegt. Er entdeckte, dass typische Spektrallinien bekannter Elemente nicht bei den im Labor gemessenen charakteristischen Wellenlängen auftreten, sondern zu längeren Wellenlängen - also zum roten Bereich - verschoben sind. Hubble deutete diese Rotverschiebung als Doppler-Effekt einer sich entfernenden Lichtquelle analog zu dem tieferen Motorengeräusch, mit dem wir ein Fahrzeug hören, das sich von uns entfernt. Ohne Kenntnis der Relativitätstheorie könnte man aus dieser Fluchtbewegung den Schluss ziehen, dass wir ruhen und alle Galaxien sich von uns entfernen. Tatsächlich entfernen sich alle Galaxien relativ voneinander. Aus der Rotverschiebung lässt sich eine Fluchtgeschwindigkeit der Galaxien berechnen. Hubble machte die überraschende Feststellung, dass die relative Fluchtgeschwindigkeit umso größer ist, je weiter die Galaxien voneinander entfernt sind. Man erklärt dies heute mit der Expansion des Universums. Aus den Rotverschiebungen sehr weit entfernter Galaxien ergeben sich Fluchtgeschwindigkeiten, die an die Lichtgeschwindigkeit heranreichen. Speziell die seit 1960 entdeckten Quasare weisen große Rotverschiebungen auf.

- 1.1. Sei λ_E die von einem Empfänger beobachtete Wellenlänge, λ_S die Wellenlänge des ausgesandten Lichtes, Lichtquelle und Empfänger entfernen sich voneinander mit der Relativgeschwindigkeit v . Zeigen

Sie, dass gilt:
$$\frac{\lambda_E}{\lambda_S} = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} = 1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda_S} \quad \text{mit } \Delta\lambda = \lambda_E - \lambda_S$$

(Tipp: Betrachten Sie den zeitlichen Abstand T_S zweier ausgesandter Wellenberge (= Schwingungsdauer im System des Senders). Bestimmen Sie zunächst die Zeitdauer, die ein Empfänger für diesen Vorgang misst und beachten Sie zudem, dass der Sender in dieser Zeit eine Wegstrecke zurücklegt, für deren Durchlaufen das Licht eine zusätzliche Zeit benötigt. So erhalten Sie T_E , d.h. die Schwingungsdauer, die ein Empfänger beobachtet. Über die bekannten Zusammenhänge zwischen Schwingungsdauer, Frequenz und Wellenlänge einer Welle gelangen Sie zu obiger Beziehung.)

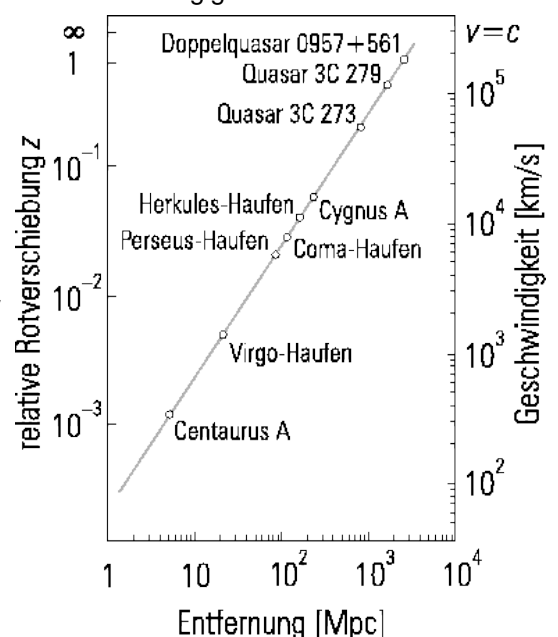
In der Astrophysik gibt man üblicherweise die Doppler-Verschiebung als den Quotienten $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_S}$ an.

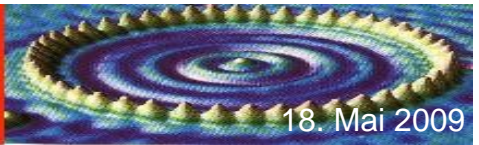
- 1.2. Leiten Sie eine Formel her, in der die Fluchtgeschwindigkeit v nur in Abhängigkeit von z und c ausgedrückt ist.

- 1.3. Trägt man die aus der Doppler-Verschiebung ermittelte Fluchtgeschwindigkeit ferner Galaxien gegen deren Entfernung auf, erhält man nebenstehendes Diagramm.

- Ermitteln Sie daraus die Proportionalitätskonstante, die man auch *Hubble-Konstante* nennt, und formulieren Sie das Hubble-Gesetz, was den Zusammenhang zwischen Fluchtgeschwindigkeit und Entfernung der Galaxien mathematisch beschreibt.
- Welche Fluchtgeschwindigkeit besitzt eine Galaxie von der Erde aus betrachtet, die eine Rotverschiebung von $z=1,4$ aufweist?
- Wie weit ist die Galaxie aus b) entfernt?
- Zeigen Sie, dass sich mit der Hubble-Konstanten das Alter des Universums ergibt und berechnen Sie dieses.

(Tipps: Einheitenbetrachtung im Hubble-Gesetz; Nachdenken ;-)





Dynamische Masse

Der bislang größte Beschleuniger für subatomare Teilchen war LEP (Large Electron Positron Collider) mit einem Umfang von 27 km, mehr als 3000 Ablenkmagneten und fast 300 Beschleunigungsstrecken, durch die sich die Energie der Teilchen um 400 MeV pro Umlauf auf eine Endenergie von etwa 100 GeV erhöhte. Der Nachfolger von LEP ist LHC (Large Hadron Collider), in dem Protonen eine Energie von 7 TeV erreichen werden.

- 2.1. In einem Teilchenbeschleuniger werden Elektronen auf eine Geschwindigkeit von über 0.999 c beschleunigt. Wie massiv werden sie aus Sicht der ruhenden Physikerin im Labor?
- 2.2. Auf welche Geschwindigkeit müsste man einen (beliebigen) Körper beschleunigen, damit seine beobachtete Masse um einen Millionstel der Ruhemasse zunimmt?
- 2.3. Auf welche Geschwindigkeit muss ein Elementarteilchen gebracht werden, damit seine Masse doppelt so groß ist wie seine Ruhemasse?
- 2.4. Wie groß ist die dynamische Masse von Elektronen in kg, wenn sie im Beschleuniger eine Energie von 100 GeV erhalten? Wie groß ist ihre kinetische Energie? Welche Geschwindigkeit besitzen sie? Wie groß wäre ihre Geschwindigkeit nach einer klassischen Rechnung?

Relativistische Geschwindigkeitsaddition

Ein Elektron soll mit halber Lichtgeschwindigkeit in einem Inertialsystem I' fliegen, das sich mit 0,6 c relativ zu einem System I bewegt. Klassisch hätte es aus I betrachtet die Geschwindigkeit 1,1 c, was natürlich nicht sein kann. Doch wie lässt sich die richtige Geschwindigkeit berechnen?

- 3.1. Leiten Sie das sog. Additionstheorem der Geschwindigkeiten her:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \quad \text{mit } u = \text{Geschw. des Elektrons in } I, u' = \text{Geschw. des Elektrons in } I', v = \text{Relativgeschw. zw. den Systemen}$$

„Kochrezept“ $u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$, u' entsprechend ; die Koordinaten x_1, x_2, t_1 und t_2 durch die gestrichenen Koordinaten ausdrücken; geschickt kürzen; u' einsetzen; fertig.

- 3.2. Berechnen Sie in dem Bsp. aus dem Einleitungstext die Elektronengeschwindigkeit, die ein Beobachter in I misst.
- 3.3. Zeigen Sie, dass Licht, das von einem mit 0,99 c fliegenden Ion ausgesandt wird, sowohl in als auch entgegen der Flugrichtung Lichtgeschwindigkeit hat.

Konstanten
und Einheiten:

- $1 \text{ pc} = 1 \text{ parsec ('Parallaxensekunde')} = 3,26 \text{ Lj} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$
- $1 \text{ Mpc} = 1 \text{ Megaparsec}$